

Analisi Matematica 1, anno 2015/2016 (canale I-Z)

Dodicesimo Foglio di Esercizi

Esercizio 1. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_{D_i} \frac{y}{x} dx dy, \quad i = 1, 2,$$

dove $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq \ln x\}$ e D_2 è il trapezio definito dai punti $P_1 = (1, 0)$, $P_2 = (2, 1)$, $P_3 = (3, 1)$ e $P_4 = (3, 0)$.

Esercizio 2. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D x \cos y dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \sin y, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}\}$.

Esercizio 3. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D \frac{1}{2 + 3x^2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$.

Esercizio 4. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D \frac{1}{4 + 3e^y} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2e^y, -1 \leq y \leq 0\}$.

Esercizio 5. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$- \int \int_{D_i} \frac{1}{y^2} dx dy, \quad i = 1, 2,$$

dove $D_1 = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x + 1 \leq y \leq x + 2\}$, D_2 è il triangolo definito dai punti $P_1 = (1, 2)$, $P_2 = (1, 3)$ e $P_3 = (2, \frac{1}{2})$. Calcolare poi lo stesso integrale nell'insieme $D := D_1 \cup D_2$.

Esercizio 6. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D \frac{1}{y(y^2 + 4y + 5)} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq y, -2 \leq y \leq -1\}$.

Esercizio 7. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D \frac{1}{\arcsin x} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{\sqrt{2}}{2} \leq x \leq 1, \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \leq y \leq \frac{2}{\sqrt{1-x^2}}\}$.

Esercizio 8. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D \frac{y^2}{\cos^2 x} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \cos x \leq y \leq \tan x\}$.

Esercizio 9. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D \sin^2 y dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{\frac{\pi}{2}} \leq y \leq \sqrt{\pi}, 0 \leq x \leq y\}$.

Esercizio 10. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D 2x \ln(y+1) dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x \leq \sqrt{3}y, 0 \leq y \leq 1\}$.

Esercizio 11. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D (x^2 y + y^3) dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 2, -2 \leq y \leq -1\}$.

Esercizio 12. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int_D (x - y^2) dx dy,$$

dove D è il triangolo di vertici $P_1 = (0, 0)$, $P_2 = (1, 1)$ e $P_3 = (2, -1)$.

Esercizio 13. Risolvere il seguente integrale nei domini indicati.

$$\int \int \int_D xyz^2 dx dy,$$

dove $D = \{(x, y, x) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, -x \leq z \leq x, x + z \leq y \leq 4\}$.

Esercizio 14. Risolvere il seguente integrale usando le coordinate polari.

$$\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy.$$

Esercizio 15. Risolvere il seguente integrale usando le coordinate polari.

$$\int \int_D \sqrt{a^2 - x^2 - y^2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = a^2\} \cap \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y \geq 0\}$.

Esercizio 16. Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^1 dx \int_0^1 (x+y) dy$$

usando il seguente cambiamento di variabili: $u = x + y, v = x - y$.