FOGLIO 2

⊙ Determinare $h \in \mathbf{R}$ in modo che i vettori $(1, 2, h)$, $(0, 1, 1)$, $(1, 5, 7)$ di $\mathbf{R}^3$ siano linearmente dipendenti. [   ]

⊙ Determinare il numero nel posto $(2, 1)$ della matrice 3×2 risultante dal prodotto

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & 8 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$$

[   ]

⊙ Determinare z in modo che il prodotto

$$\begin{pmatrix} z & 1 & 2 \\ -2 & 0 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ z \\ 20 \end{pmatrix}$$

dia come risultato il vettore colonna $\begin{pmatrix} 80 \\ 46 \end{pmatrix}$. [   ]

⊙ Calcolare il rango (ad esempio mediante una riduzione a gradini) della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 5 \end{pmatrix} .$$

[   ]

⊙ Un sistema di quattro equazioni in quattro incognite può avere infinite soluzioni. [V] [F]

⊙ Se $\underline{u}$, $\underline{v}$, $\underline{w}$ sono vettori linearmente indipendenti, lo sono anche

$$\underline{u} + \underline{v} \ , \ \underline{u} + \underline{v} + \underline{w} \ , \ \underline{w} \ .$$

[V] [F]

⊙ Il prodotto di due matrici triangolari superiori è una matrice triangolare superiore. [V] [F]

⊙ La matrice completa (quella che comprende anche i termini noti) di un sistema in tre incognite può avere rango 4. [V] [F]

Esercizio 1.

Senza calcolare esplicitamente il punto d'intersezione, dimostrare che le tre rette descritte nel seguente sistema hanno esattamente un punto in comune (*utilizzare i vettori direttori per dimostrare che non sono parallele a due a due; successivamente trovare un'opportuna combinazione lineare che renda "inutile" una delle tre equazioni*).

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = 0 \\ x + 7y = 15 \end{cases} .$$

Esercizio 2.

Mediante un'idonea riduzione a gradini, effettuando una sola operazione elementare, risolvere il seguente sistema (*verranno assegnati due parametri ad es. al posto delle incognite w e z*).

$$\begin{cases} 2x + y + w - z = 3 \\ 3x - y + 4w + z = 7 \end{cases} .$$