FOGLIO 4

$\odot$ Calcolare il numero di sottomatrici 3×3 presenti in una matrice 3×5 (selezionare 3 palline in un insieme di 5 palline colorate in modo diverso... le palline rappresentano le colonne.). [ ]

$\odot$ Fissata una sottomatrice 2×2 in una matrice 4×4, calcolare il numero di orli 3×3. [ ]

$\odot$ Calcolare il determinante del seguente prodotto di matrici:

$$\begin{pmatrix} 7 & 0 \\ \pi & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5^{42} & 1 \\ 2 & 5^{-42} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{7} & 8 \\ 0 & 2\sqrt{7} \end{pmatrix}$$

[ ]

$\odot$ Calcolare il valore nel posto $(2,3)$ (riga 2, colonna 3) della matrice inversa di

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & -7 \end{pmatrix}$$

[ ]
(per sicurezza, io calcolerei *tutta* l'inversa, farei il test del prodotto e infine preleverei il numero richiesto...)

$\odot$ Determinare k, numero reale, in modo che la matrice inversa di

$$\begin{pmatrix} k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

abbia il determinante uguale a -20. [ ]

$\odot$ Il rango calcolato con i "minori" (determinanti di opportune sottomatrici) può essere maggiore del rango per righe (numero massimo di righe linearmente indipendenti), in una fissata matrice. [V] [F]

$\odot$ Se tutti i numeri di una matrice quadrata 3×3 vengono moltiplicati per 10, il determinante subisce la moltiplicazione per 1000. [V] [F]

$\odot$ Le matrici *non* invertibili 3×3 costituiscono un sottospazio dello spazio vettoriale di tutte le matrici 3×3. [V] [F]

$\odot$ Se esiste una matrice inversa (data una matrice quadrata), tale inversa è unica. [V] [F]

$\odot$ L'inversa del prodotto di matrici invertibili AB è uguale a $B^{-1}A^{-1}$. [V] [F]

Esercizio 1.
Utilizzando un'opportuna riduzione a gradini, o almeno arrivando ad ottenere righe con molti zeri anche senza ridurre completamente a gradini, calcolare il determinante

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 6 \end{vmatrix}.$$

(per conferma, se resta tempo e l'entusiasmo non scema... ricalcolare il determinante sviluppandolo direttamente ad es. lungo la terza riga, possibilmente divisa per 2 ma senza altre operazioni elementari del metodo di Gauss.)

Esercizio 2.

(I) Risolvere il seguente sistema $A\underline{X}^t = \underline{b}^t$ applicando la tecnica della matrice inversa (metodo di Cramer originale), moltiplicando dunque a sinistra sia la matrice incompleta A che la colonna dei termini noti $\underline{b}^t$ per l'inversa della matrice incompleta, A^{-1}:

$$\begin{cases} x + y + 5z = 10 \\ x + 2z = 5 \\ x - 2y - 7z = -8 \end{cases}$$

(notare che la matrice incompleta è già presente in questo Foglio 4...).

(II) Scrivere opinioni personali sulle prestazioni di un metodo rispetto a un altro: 1) riduzione a gradini, 2) sostituzione, 3) Cramer originale (il metodo presente), 4) Cramer con "collage". Quale risulta più indicato ed efficiente, o più gradevole, in questo esercizio? Era preferibile un metodo diverso da "Cramer" originale?