

⊙ Determinare  $h \in \mathbf{R}$  in modo che la matrice triangolare superiore  $5 \times 5$  contenente tutti  $h$  nei posti  $(i, j)$ , con  $i \leq j$ , abbia determinante  $-4\sqrt{2}$ .

[ ]

⊙ Calcolare la dimensione del sottospazio di  $\mathbf{R}^{30}$  costituito da vettori palindromi (vettori che hanno la stessa sequenza di lettura sia da sinistra che da destra). [ ]

⊙ Calcolare la dimensione dello spazio vettoriale delle matrici diagonali  $8 \times 8$ . [ ]

⊙ Calcolare il determinante  $|A|$  della matrice  $3 \times 3$   $A = (a_{ij})$  tale che  $a_{ij} = i + j - 2 \forall i, j$ . [ ]

⊙ Dati due vettori  $\underline{u}$  e  $\underline{v}$  non proporzionali in uno spazio vettoriale assegnato, determinare la dimensione del sottospazio

$$\langle \underline{u}, \underline{u} + \underline{v}, \underline{v}, \underline{u} + 2\underline{v}, 3\underline{u} - 7\underline{v} \rangle .$$

[ ]

⊙ In uno spazio vettoriale di dimensione 5 possono esistere 6 generatori. [V] [F]

⊙ Uno spazio vettoriale di dimensione 5 contiene esattamente 5 vettori. [V] [F]

⊙ La riduzione a gradini non altera il valore del determinante. [V] [F]

⊙ Il sottospazio  $\{(x, y, w, z) \in \mathbf{R}^4: x - y = 3y - 3x = y - w - z = 0\}$  ha dimensione 2. [V] [F]

⊙ L'insieme  $\{(a + b + c, a + b, a + b, 0, 0, 0, 1, 0): a, b, c \in \mathbf{R}\}$  è un sottospazio di  $\mathbf{R}^8$ . [V] [F]

### Esercizio 1.

Dimostrare che non esiste alcun valore del numero reale  $P$  per cui il sottospazio

$$W = \{(x, y, w, z) \in \mathbf{R}^4: Px + y + Pw = x + 2w + Pz = (P + 2)x + y + (P + 4)w + 2Pz = 0\}$$

abbia dimensione 1 e che in effetti la dimensione vale sempre 2 (*sugg.* il sistema associato ha la matrice incompleta di rango 2 per ogni valore di  $P$  ecc.).

### Esercizio 2.

Dimostrare, con passaggi logici rigorosi, che in uno spazio vettoriale, a differenza dei sistemi solari con due soli... non possono esistere due vettori nulli. Se per assurdo esistessero...

### Esercizio 3.

Calcolare (con passaggi espliciti) il determinante

$$\begin{vmatrix} \sqrt{72} & 2 & 1 \\ \sqrt{2} & 0 & -3 \\ 5 & \sqrt{8} & \sqrt{2} \end{vmatrix} .$$

(*sugg.* scegliere una riga o colonna comoda, e poi... partire con i calcoli!)