FOGLIO 1

Soluzioni

$\odot$ Determinare $t \in \mathbf{R}$ in modo che la retta di equazione $tx - 3y + t + 7$ sia parallela alla retta di equazione $x + y + 8 = 0$. $[-3]$

$\odot$ Determinare $\alpha \in \mathbf{R}$ in modo che il vettore $\overrightarrow{u} = (3, \alpha)$ sia perpendicolare al vettore $\overrightarrow{v} = (5, 7)$ $[-\frac{15}{7}]$

$\odot$ Calcolare la distanza tra le rette (parallele) $r : x - 2y = 0$ e $s : 2x - 4y = 7$. $[\frac{7}{\sqrt{20}}]$

$\odot$ Una matrice 2×2 con almeno due numeri uguali a zero ha determinante nullo. [F]

$\odot$ Esistono rette per le quali il coefficiente angolare m non è definito. [V]

$\odot$ La somma di due versori potrebbe dare un ulteriore versore. [V]

Esercizio.

È data la retta r di equazione $2x + 5y - 3 = 0$. Utilizzando i vettori e il determinante, scrivere un'equazione della retta perpendicolare a r e passante per il punto $H = (9, 8)$.

Successivamente, scrivere equazioni parametriche della retta parallela a r e passante per H.

Sol. Un vettore perpendicolare a r è $(2, 5)$. Abbiamo quindi:

$$\begin{vmatrix} x-9 & y-8 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 0 \quad \Rightarrow \quad 5(x-9) - 2(y-8) = 0 \quad \Rightarrow \quad 5x - 2y - 29 = 0 \ .$$

Vediamo due modi per rispondere alla seconda domanda:

Modo $\mathcal{A}$: La retta richiesta ha un'equazione cartesiana del tipo $2x + 5y + c = 0$; imponendo il passaggio per H otteniamo $c = -58$. Ora definiamo $x = t$ e troviamo di conseguenza $y = \frac{58-2t}{5}$. La forma parametrica è pertanto

$$x = t \ \ , \ \ y = \frac{58 - 2t}{5} \ , \ t \in \mathbf{R} \ .$$

Modo $\mathcal{B}$: Costruiamo direttamente la forma parametrica a partire dal punto H e da un vettore direttore, $(-b, a) = (-5, 2)$. Abbiamo:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 8 \end{pmatrix} + \hat{t} \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad x = 9 - 5\hat{t} \ , \ y = 8 + 2\hat{t} \ .$$

I due "tempi" (t e $\hat{t}$) rappresentano due modi distinti di percorrere la retta: le velocità sono infatti diverse, come sono diversi i punti corrispondenti agli istanti zero. Sono perfino opposti i versi di percorrenza. Tuttavia, le soluzioni sono entrambe corrette e la conferma viene dalla sostituzione di $t = 9 - 5\hat{t}$ nella prima forma parametrica (le due y infatti coincidono).