

⊙ Determinare a in modo che il vettore $(a+1, a+1, a)$ sia parallelo alla retta di equazioni $x = y = 0$.
[-1]

⊙ Calcolare il modulo della proiezione ortogonale del vettore $(1, 3)$ sulla retta di equazione $2x - 3y + 1 = 0$. [$\frac{9}{\sqrt{13}}$]

⊙ Calcolare la dimensione del nucleo di $f : \mathbf{R}^4 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $f(x, y, w, z) = (x + y + w + z, x + y + w + z, 0)$. [3]

⊙ Calcolare $(1, 2, 3) \times ((1, 0, 3) \wedge (0, 0, 1))$. [-2]

⊙ Stabilire se il fuoco di una parabola può trovarsi a distanza minore di 1 dalla direttrice. [sì]

⊙ Stabilire se la retta passante per $(0, 0, 1)$ e $(1, 2, 4)$ è perpendicolare al piano di equazione $x + y = 0$. [no]

⊙ Stabilire se esistono applicazioni lineari da $\mathbf{R}^3$ a $\mathbf{R}^3$ non suriettive ma diagonalizzabili. [sì]

⊙ Stabilire se esistono vettori ortogonali a tutti i vettori dello spazio $\mathbf{R}^3$. [sì]

1. Risolvere il sistema
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ x_4 - x_5 = 0 \end{cases}.$$

2. Data l'applicazione lineare $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ definita da $f(1, 0, 0) = (2, 2, 2)$, $f(0, 1, 0) = (1, 2, 3)$, $f(0, 0, 1) = (0, 0, 0)$, determinarne tutti gli autovalori e almeno un autovettore. Scrivere la matrice di f rispetto a una fissata base di autovettori. Scrivere infine la matrice di f rispetto alla base canonica del codominio e alla base $\{(1, 1, 1), (1, 1, 0), (1, 0, 0)\}$ nel dominio.

3. Utilizzando una rotazione opportuna, determinare le coordinate di un fuoco (a piacere) e un'equazione della relativa direttrice, per l'iperbole di equazione $13x^2 + 14\sqrt{3}xy - y^2 - 320 = 0$.

4. Calcolare, in funzione di p , il coseno dell'angolo ($\leq 90^\circ$) formato dalla retta $r : x - y = x + y + z - 1 = 0$ col vettore $(1, 2, p)$ al variare di p in $\mathbf{R}$. In particolare, determinare i valori di p che rendono r perpendicolare al vettore, e quelli che la rendono parallela ad esso (eventualmente solo un valore o nessuno).

5. Calcolare una base ortogonale del sottospazio E generato da $(1, 0, 0, 0)$, $(1, 1, 0, 0)$, $(1, 1, 1, 0)$, $(1, 2, 3, 0)$. Utilizzarla per calcolare la proiezione ortogonale di $(0, 0, 0, 1)$ su E . Scrivere una o più equazioni cartesiane (comunque il minimo numero) di E .