

.....  
COGNOME E NOME

.....  
MATRICOLA

E1	E2	E3	E4	E5	D1	D2	D3

.....  
FIRMA

---

ANALISI MATEMATICA I (12 CFU) - Canale A-L  
Ingegneria Gestionale - Sapienza Università di Roma

12/07/16

---

ISTRUZIONI

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

---

**Esercizio 1 (5 punti)**

Data la funzione

$$f(x) = \frac{|\log(1+x)|}{x},$$

determinarne l'insieme di definizione e il segno; stabilire se  $f(x)$  è una funzione pari, dispari, periodica o nessuna delle precedenti; studiare la continuità di  $f(x)$  nel suo insieme di definizione, calcolare i limiti agli estremi del dominio, eventuali asintoti, eventuali punti di non derivabilità, eventuali massimi e minimi relativi. Tracciare un grafico qualitativo della funzione.

**Esercizio 2 (4 punti)**

Calcolare il seguente limite utilizzando gli sviluppi di Taylor:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin(x)+x^2} - \log(1+x)}{\sqrt{1-\cos(x)}}$$

.....

**Esercizio 3 (4 punti)**

Calcolare massimo e minimo assoluto della funzione

$$f(x, y) := 2x^2 + 3y$$

nel cerchio unitario centrato nell'origine.

**Esercizio 4 (4 punti)** Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} x' = \frac{(x^4 + 1)t}{x} \\ x(\sqrt{\pi}) = 1 \end{cases}$$

.....  
**Esercizio 5 (4 punti)**

Dopo aver verificato la condizione necessaria di convergenza per serie numeriche, studiare il carattere della serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{n!}{(n+1)! + \sqrt{n}}.$$

**Domanda 1 (3 punti)**

Scrivere la definizione di limite di una funzione di due variabili reali.

.....

**Domanda 2 (3 punti)**

Dimostrare la non esistenza del seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$$

.....

**Domanda 3 (3 punti)** Dimostrare per induzione che  $3^n > n^2$  per ogni  $n \geq 2$ .