

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1.

Determinare l'insieme di convergenza della serie $\sum_{k=2}^{\infty} \frac{\sqrt{k}}{k^2 - 1} (\log x - 2)^k, \quad x > 0.$

Esercizio 2.

Data la funzione $f(x, y) = x^2 + y^2 + x - y$

- (i) determinare e classificare i punti critici di f .
(ii) Determinare, se esistono, il massimo assoluto e il minimo assoluto di f nell'insieme $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq e^2\}$.

Esercizio 3.

Calcolare

$$\iiint_{\Omega} (z - y^2) \, dx \, dy \, dz$$

dove $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 3\}$.

Esercizio 4.

Determinare, se esistono, le soluzioni definite in tutto \mathbf{R} dell'equazione differenziale

$$y' = y \operatorname{sen} x + y^2 \operatorname{sen}(2x).$$

Esercizio 5.

Calcolare la serie di Fourier della funzione 2π -periodica che in $[-\pi, \pi]$ coincide con

$$f(x) = \min\{x, 0\}$$

e dire quanto vale la sua somma.

Utilizzando la prima parte dell'esercizio, determinare la somma della serie numerica $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2}$.

Domanda 1. Forme differenziali lineari esatte e chiuse.

Domanda 2. Formule di Gauss-Green.