

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.  
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

**Esercizio 1.**

Determinare l'insieme di convergenza della serie  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^7}{\pi^k} (e^x - 4)^k$ .

**Esercizio 2.**

Data la funzione  $f(x, y) = \frac{\cos(\pi x)}{\sqrt{1-x^2}} + \frac{\cos(\pi y)}{\sqrt{1-y^2}}$  determinare l'insieme di definizione e verificare che il punto  $(0, 0)$  è un punto di massimo relativo.

**Esercizio 3.**

Calcolare l'integrale  $\iint_D e^{|x^2+y^2-9|} dx dy$  dove  $D$  è la semicorona circolare di ascisse non negative avente come centro l'origine e raggi 2 e 4.

**Esercizio 4.**

Data l'equazione differenziale dipendente dal parametro  $\alpha \in \mathbf{R}$

$$y'' + \alpha y = 2x,$$

- (i) determinare l'integrale generale al variare di  $\alpha$ ;  
(ii) determinare, se esistono, i valori di  $\alpha$  per i quali ogni soluzione  $y(x)$  verifichi la condizione

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y(x)}{x} = \pi.$$

**Esercizio 5.**

Calcolare la serie di Fourier della funzione  $2\pi$ -periodica che in  $[-\pi, \pi]$  coincide con

$$f(x) = \frac{x}{|x|} \quad x \neq 0, \quad f(0) = 1$$

e dire quanto vale la sua somma.

Utilizzando la prima parte dell'esercizio, determinare la somma della serie numerica  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ .

**Domanda 1.** Unicità dello sviluppo in serie di potenze.

**Domanda 2.** Lunghezza di una curva.