. . . .

COGNOME E NOME FIRMA

ANALISI MATEMATICA II (9 CFU) 06/11/10

---

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1.
Dire se la funzione $f(x) = e^{-x^4}$ è analitica e calcolare $f^{(100)}(0)$, $f^{(101)}(0)$ e $f^{(102)}(0)$.

. . . .

Esercizio 2.
Data la funzione $f(x, y) = \max\{0, xy\}$ determinare, se esistono, il massimo assoluto e il minimo assoluto di f in $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$.

. . . .

Esercizio 3.
Calcolare l'integrale $\displaystyle\iint_D |y - \log x| \, dx \, dy$ dove $D = [1, e] \times [0, e]$.

. . . .

Esercizio 4.
Data l'equazione differenziale dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbf{R}$

$$y'' - \alpha y' + y = e^{3x} ,$$

(i) determinare l'integrale generale al variare di α;
(ii) determinare, se esistono, i valori di α per i quali ogni soluzione $y(x)$ verifichi la condizione

$$\lim_{x\to+\infty} e^{-\frac{x}{4}} y(x) = +\infty .$$

. . . .

Esercizio 5.
Calcolare la serie di Fourier della funzione 2π-periodica che in $[-\pi, \pi]$ coincide con

$$f(x) = \max\{1 - x, 1\}$$

e dire quanto vale la sua somma.

Utilizzando la prima parte dell'esercizio, determinare la somma della serie numerica $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n + 1)^2}$.

. . . .

Domanda 1. Data una funzione $g : [-1, 1] \times [-1, 1] \to \mathbf{R}$ continua in $(0, 0)$ tale che $xg(x, x) > 0$ per ogni $x \in [-1, 1] \setminus \{0\}$, provare che $g(0, 0) = 0$.

. . . .

Domanda 2. Teorema di Dini o delle funzioni implicite in $\mathbf{R}^2$.