

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
 2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**
-

Esercizio 1.

Dire se la funzione $f(x) = x \operatorname{sen}(x^4)$ è analitica e calcolare $f^{(91)}(0)$, $f^{(92)}(0)$ e $f^{(93)}(0)$.

.....

Esercizio 2.

Dire se la forma differenziale

$$\omega = \frac{xy}{\sqrt{1-x^2-y^2}} dx + \left(\frac{2y^2+x^2-1}{\sqrt{1-x^2-y^2}} + \operatorname{sen} y \right) dy$$

è esatta nel suo dominio e, in caso affermativo, determinarne le funzioni potenziali.

.....

Esercizio 3.

Calcolare

$$\iint_{\Omega} x \, dx \, dy$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 - 6x + 8 \geq 0, x^2 + y^2 - 4x \leq 0\}$.

.....

Esercizio 4.

Sia dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (y^2 - y) \operatorname{arctg} x, \\ y(0) = \alpha, \end{cases} \tag{P}$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$.

- (i) Determinare la soluzione di (P).
 - (ii) Determinare per quali valori del parametro α le soluzioni sono globali.
 - (iii) Tracciare un grafico approssimativo delle soluzioni.
-

Domanda 1. (i) Definizione di funzione differenziabile.

(ii) La funzione $f(x, y) = xy \operatorname{sen} \frac{1}{xy}$ se $x \neq 0$ e $y \neq 0$ e $f(x, 0) = f(0, y) = 0$ è differenziabile nel punto $(0, 0)$?

.....

Domanda 2. Enunciare e dimostrare una formula di integrazione per parti per funzioni di due variabili.

.....

Domanda 3. (i) Enunciare il teorema di esistenza e unicità locale per equazioni differenziali ordinarie del primo ordine in forma normale.

(ii) La funzione $f(x, y) = x\sqrt{y}$ è localmente lipschitziana rispetto a y nel suo dominio?