

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1.

Dire se la funzione $f(x) = x^3 e^{7x^2}$ è analitica e calcolare $f^{(103)}(0)$, $f^{(104)}(0)$ e $f^{(105)}(0)$.

Esercizio 2.

Data la funzione

$$f(x, y) = e^{\frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{2}},$$

- (i) determinare l'insieme di definizione di f e calcolare il gradiente di f ;
(ii) determinare il minimo assoluto e il massimo assoluto di f nel quadrato $D = \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right] \times \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$.

Esercizio 3.

Calcolare

$$\iint_{\Omega} e^{|x^2 + y^2 - 4|} dx dy$$

dove $\Omega = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9, y \geq \sqrt{3x}\}$.

Esercizio 4.

Data l'equazione differenziale

$$y' = x^3 y + x^7,$$

- (i) determinare l'integrale generale;
(ii) determinare per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ ogni soluzione $y(x)$ verifica la condizione

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x^\alpha} y(x) = 0.$$

Domanda 1.

- (i) Insiemi semplicemente connessi.
(ii) Gli insiemi convessi sono semplicemente connessi? Fornire un esempio di insieme non semplicemente connesso. Giustificare le risposte.

Domanda 2.

Scrivere la formula del volume di un solido di rotazione e giustificarla.

Domanda 3.

Serie di Fourier: giustificazione della forma dei coefficienti.