

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
 2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**
-

Esercizio 1.

Calcolare l'integrale $\iint_D |y| dx dy$ dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : |y| \leq 1, e^y \leq x \leq e\}$.

.....

Esercizio 2.

Determinare il minimo assoluto e il massimo assoluto della funzione

$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 4y - 2$$

nell'insieme $C = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 5\}$.

.....

Esercizio 3.

Verificare che la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' = y, \\ y(0) = 1, \\ y'(0) = 0, \end{cases}$$

è una funzione analitica e determinare il suo sviluppo in serie di potenze.

.....

Esercizio 4.

Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} -1 - \frac{x}{\pi} & \text{se } x \in [-\pi, 0], \\ 1 - \frac{x}{\pi} & \text{se } x \in (0, \pi], \end{cases}$$

(i) calcolare la serie di Fourier della funzione $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ 2π -periodica tale che $g(x) = f(x)$, $x \in [-\pi, \pi]$, e dire quanto vale la sua somma.

(ii) Utilizzando la prima parte, verificare che $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1} = \frac{\pi}{4}$.

.....

Domanda 1. Definizione di raggio di convergenza di una serie di potenze. Enunciare e dimostrare il criterio della radice per la determinazione del raggio di convergenza.

.....

Domanda 2. Definizione di funzione differenziabile. La funzione $f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ è differenziabile in $(0, 0)$?

.....

Domanda 3. Equazioni differenziali di Bernoulli: verifica delle ipotesi del teorema di esistenza e unicità locale.