

Dichiaro sotto la mia responsabilità di aver superato l'esame di Analisi Matematica

ANALISI MATEMATICA II (6 CFU) 17/02/12

Ingegneria Gestionale a.a. 2011-12

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
 2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**
-

Esercizio 1.

Determinare la serie di potenze avente per somma la funzione

$$f(x) = \log \frac{1 + 3x^2}{1 - 3x^2},$$

in un intervallo centrato in 0. Calcolare $f^{(98)}(0)$ e $f^{(99)}(0)$.

.....

Esercizio 2.

(a) Verificare le ipotesi del teorema di esistenza e unicità locale per l'equazione differenziale

$$y' = -y \log x - x^{2x+1} y^3. \tag{1}$$

(b) Determinare, se esistono, tutte le soluzioni globali di (1).

(c) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -y \log x - x^{2x+1} y^3, \\ y(1/2) = -2\sqrt{e}, \end{cases}$$

e il suo intervallo massimale di definizione.

(d) Esiste una soluzione di (1) asintoticamente stabile?

.....

Esercizio 3.

Determinare il minimo assoluto e il massimo assoluto della funzione

$$f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 2$$

nell'insieme $C = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 : 5x^2 + y^2 + z^2 \leq 5\}$.

.....

Domanda 1.

Enunciare e dimostrare il teorema sull'unicità dello sviluppo in serie di potenze.

.....

Domanda 2.

Enunciare il criterio di convessità del secondo ordine per funzioni di più variabili. La funzione $f(x, y) = e^{x-y}$ è convessa?