. . . . . .

COGNOME E NOME FIRMA

Dichiaro sotto la mia responsabilità di aver superato l'esame di Analisi Matematica

---

ANALISI MATEMATICA II (6 CFU) 09/01/13 A

Ingegneria Gestionale a.a. 2012-13

---

1. Al termine del tempo disponibile, riconsegnare l'elaborato **scritto solo su questi fogli**.
2. **Non è ammesso l'uso di appunti, libri e calcolatrici.**

Esercizio 1.

Determinare la serie di potenze avente per somma la funzione

$$f(x) = \frac{\cos(5x) - 1}{x^2},$$

in un intervallo centrato in 0. Calcolare $f^{(80)}(0)$, $f^{(81)}(0)$ e $f^{(82)}(0)$.

Risoluzione

Esercizio 2.
(a) Verificare le ipotesi del teorema di esistenza e unicità locale per l'equazione differenziale

$$y' = \frac{1}{x}y - 2e^x y^2\,, \qquad x > 0\,. \tag{1}$$

(b) Determinare, se esistono, le soluzioni di (1) definite in $(0, \infty)$.
(c) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{1}{x}y - 2e^x y^2\,, & x > 0, \\ y(2) = e^{-2}\,, \end{cases}$$

e il suo intervallo massimale di definizione.

Risoluzione

Esercizio 3.
Determinare i punti critici della funzione

$$f(x, y, z) = x(y-5)^2 - z(z+6)\,,$$

e classificarli.

Risoluzione

Domanda 1.
Enunciare e dimostrare il teorema sull'unicità dello sviluppo in serie di potenze.

Domanda 2.
Definizione di funzione di più variabili convessa. Provare che un punto critico di una funzione convessa è punto di minimo globale. La funzione $f(x, y) = e^{4y-3x}$ è convessa?