

Programma di massima

- A. Prerequisiti di algebra lineare [1, 5, 6] e richiami di geometria [1, 5, 6]. Introduzione alla teoria dei tensori [7].
- B. Cinematica degli osservatori e moti relativi [1, 2].
- C. Leggi della meccanica, sollecitazioni e campo momento totale [2, 11].
- D. Dinamica e statica dell'elemento libero e vincolato [1, 12].
- E. Sistemi conservativi unidimensionali: ritratto di fase e diagramma di stabilità [1, 8].
- F. Dinamica dei sistemi [1, 2].
- G. Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [1, 2].
- H. Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [1, 2].
- I. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [1, 2].
- J. Corpo rigido: geometria delle masse [1, 2].
- K. Dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [1, 2].
- L. Oscillatori interagenti lineari e non lineari: piccole oscillazioni [1].
- M. Dinamica del corpo rigido e statica: equazioni cardinali [1, 2].
- N. Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale e bilanciamento dinamico [1, 2].
- O. Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poincaré e trottola [1, 2].
- P. Corpo rigido appoggiato a una superficie [1].

Modalità di svolgimento dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. La prova scritta consta di problemi relativi all'intero programma con particolare attenzione ai sistemi olonomi e ai sistemi rigidi. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente.

Durante la prova scritta non è possibile usare né appunti (scritti a mano, fotocopiati, stampati, etc.) di nessuna natura né dispositivi elettronici. Gli studenti possono consultare esclusivamente e brevemente le copie del libro di testo (o di eventuali altri testi usati per la preparazione dell'esame) preventivamente poste sulla cattedra.

Testi consigliati

- [1] Emilio N.M. Cirillo, “Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l’Ingegneria.” Edizioni CompoMat, 2018, Configni (Ri).
- [2] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).

Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [3] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [4] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2011, Configni (Ri).
- [5] A. Bichara, F. Dell’Isola, “Elementi di Algebra Tensoriale con Applicazioni alla Meccanica dei Solidi.” Società Editrice Esculapio, 2005, Bologna.
- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [7] B.A. Dubrovin, S.P. Novikov, A.T. Fomenko, “Geometria delle superfici, dei gruppi di trasformazioni e dei campi.” Volume primo. Editori Riuniti, Edizioni Mir, Mosca, 1986.
- [8] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [9] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [10] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [11] T. Levi-Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2012, Configni (Ri).
- [12] M. Lo Schiavo, “Appunti di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [13] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [14] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

Diario delle lezioni

Lezioni 1 – 3, ore effettive 1 – 3 (24 settembre 2018)

A. Richiami di algebra. Gruppo, spazi vettoriali, sottospazio lineare. Sistemi di vettori indipendenti, basi e coordinate controvarianti. Spazi pseudo-euclidei. spazi euclidei,

prodotto scalare, norma o modulo, componenti covarianti, basi ortonormali, cambiamento di base tra basi ortonormali, matrici del gruppo $O(3)$ e del sottogruppo $SO(3)$. Orientazione positiva o levogira. Prodotto vettoriale e vettori assiali.

Spazio affine o puntuale euclideo, sottospazi, rette e piani, riferimenti cartesiani, coordinate cartesiane, assi coordinati, piani coordinati, distanza euclidea, semiretta, angolo convesso, funzione coseno e funzione seno, identità dell'uno trigonometrico, ampiezza dell'angolo, modulo del prodotto vettoriale, angoli orientati, coseni direttori.

Lezioni 4 – 6, ore effettive 4 – 6 (26 settembre 2018)

A. Omomorfismi e isomorfismi tra strutture algebriche. Applicazioni lineari, isomorfismi e isometrie tra spazi vettoriali. Isometrie tra spazi puntuali euclidei.

Curve nello spazio puntuale euclideo, curve regolari, vettore tangente, ascissa curvilinea, versore tangente, parametrizzazione con ascissa curvilinea e esempi. Curve rettilinee, curvatura, raggio di curvatura, versore normale principale. Curva piana, curva sghemba, piano osculatore e sua interpretazione geometrica.

Lezioni 7 – 8, ore effettive 7 – 8 (28 settembre 2018)

A. Versore binormale, triedro principale, torsione e sua interpretazione geometrica, formule di Frenet. Esempi.

Atlante, carta, coordinate curvilinee, coordinate cilindriche, coordinate polari.

Lezioni 9 – 11, ore effettive 9 – 11 (1 ottobre 2018)

C. Osservatore, posizione, moto, moti componenti, traiettoria, orbita, velocità, accelerazione, legge oraria. Descrizione intrinseca, cilindrica e polare del moto. Sistema di particelle libere, richiami sulle leggi del moto per un sistema libero e isolato, leggi di Newton e principio di relatività galileano; sollecitazione interna. Sistema libero e non isolato; sollecitazione esterna. Equazione fondamentale della statica per sistemi liberi. Classificazione dei moti: rettilineo, piano, circolare, uniforme, uniformemente accelerato, vario. Esempi: moto del grave e moto armonico semplice, moto circolare, moto circolare uniforme, composizione di moti armonici, figure di Lassajou. Problema della parabola di sicurezza.

Sollecitazioni, somma e momento totale, campo momento totale, formula fondamentale, trinomio invariante, asse della sollecitazione, campo momento circolare e elicoidale.

Lezioni 12 – 14, ore effettive 12 – 14 (3 ottobre 2018)

B. Trasformazione di coordinate cartesiane, rotazione e traslazione. Esempi di trasformazione di coordinate cartesiane. Angoli di Cardano e angoli di Eulero.

Lezioni 15 – 16, ore effettive 15 – 16 (5 ottobre 2018)

B. Moto di trascinamento, riferimento fisso e mobile, punto e vettore solidale. Velocità angolare, regola di trasformazione. Formule di Poisson, derivata di un vettore, esempi.

Lezioni 17 – 19, ore effettive 17 – 19 (8 ottobre 2018)

B. Legge di composizione delle velocità angolari (senza dimostrazione). Esempi e esercizi.

Classificazione dei moti di trascinamento. Quietè. Moto traslatorio, moto traslatorio uniforme. Esempi di moto traslatorio, trasformazioni di Galileo. Moto sferico. Moto rota-

torio. Condizioni necessarie e sufficienti per i diversi moti; equazione della trasformazione di coordinate associata ai riferimenti fisso e mobile. Composizione delle velocità angolari: velocità angolare di un moto sferico in termini degli angoli di Eulero e di Cardano.

Lezioni 20 – 22, ore effettive 20 – 22 (10 ottobre 2018)

B. Moto delle immagini dei punti solidali all'osservatore mobile: legge oraria, velocità e accelerazione. Moto assoluto e moto relativo di un elemento: relazione tra le equazioni componenti del moto assoluto e di quello relativo.

Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, esempio del pick-up tangenziale. Teorema di Coriolis e accelerazione di Coriolis. Esempio: moto dei pianeti relativo alla Terra; moto retrogrado. Esempio della ruota panoramica.

Lezioni 23 – 24, ore effettive 23 – 24 (12 ottobre 2018)

C. Moto rispetto a un osservatore non inerziale; sollecitazione fittizia, di trascinamento, di Coriolis e centrifuga. Esempi.

D. Elemento libero isolato e non isolato: elemento libero rispetto a un osservatore inerziale e rispetto a uno in moto rotatorio uniforme, moto in presenza di campi elettrici. Elemento libero sulla superficie terrestre, peso, caduta libera rispetto a osservatori in caduta libera.

Lezioni 25 – 27, ore effettive 25 – 27 (15 ottobre 2018)

D. Elemento libero isolato e non isolato: moto in presenza di campi elettrici e magnetici, effetto della forza di Coriolis sulla caduta del grave, Il problema delle maree, effetto del Sole e della Luna.

Lezioni 28 – 30, ore effettive 28 – 30 (17 ottobre 2018)

E. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione, piano delle fasi, orbita o traiettoria di fase, ritratto delle fasi, punti fissi o critici, stabilità dei punti fissi, formula di quadratura. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, analisi qualitativa, curve di livello dell'energia generalizzata, periodo delle orbite periodiche, separatrice, orbite asintotiche, omoclina ed eteroclina. Oscillatore lineare e quartico. Calcolo del periodo.

Lezioni 31 – 32, ore effettive 31 – 32 (19 ottobre 2018)

E. Ritratto di fase del pendolo. Diagramma di biforcazione.

C. Vincoli di posizione e di mobilità. Esempi. Sistema di elementi vincolato: reazione e sollecitazione vincolare. Equazione fondamentale della statica per sistemi vincolati. Vincoli di posizione. Sistemi olonomi: coordinate lagrangiane, vincoli scleronomi, vincoli reonomi, gradi di libertà, coordinate lagrangiane essenziali.

Lezioni 33 – 35, ore effettive 33 – 35 (22 ottobre 2018)

C. Sistemi olonomi: equazioni di vincolo, spostamento possibile, spostamento effettivo, spostamento virtuale. Vincoli unilaterali: configurazioni ordinarie e di confine, spostamento possibile e virtuale. Vincoli anolonomi: vincolo integrabile e vincolo propriamente anolonomo. Velocità lagrangiane.

Modelli di vincolo. Vincolo ideale: lavoro elementare possibile, lavoro elementare virtuale, componenti lagrangiane della sollecitazione, lavoro elementare effettivo. Appoggio

e appartenenza di un elemento a una superficie: coefficiente di attrito statico e dinamico, legge di Coulomb–Morin.

D. Elemento vincolato: guida liscia e scabra, guida rettilinea scabra in presenza di una forza esterna costante, moto incipiente, retta inclinata.

Lezioni 36 – 38, ore effettive 36 – 38 (24 ottobre 2018)

D. Elemento vincolato: guida liscia e scabra, guida rettilinea scabra in presenza di una forza esterna costante, moto incipiente, retta inclinata. Pendolo semplice, pendolo cicloidale. Elemento appoggiato a una superficie liscia e scabra: superficie piana in moto rispetto a un osservatore terrestre, statica su superficie sferica liscia e scabra, statica dell'elemento appoggiato a una superficie sferica scabra. Pendolo sferico: problema del distacco. Oscillatore armonico smorzato, forzato e risonanza.

Lezioni 39 – 40, ore effettive 39 – 40 (26 ottobre 2018)

D. Pendolo sferico: problema del distacco. Oscillatore armonico smorzato, forzato e risonanza.

F. Quantità di moto, momento della quantità di moto o momento angolare, energia cinetica. Centro di massa, moto del centro di massa, velocità e accelerazione del centro di massa.

Lezioni 41 – 43, ore effettive 41 – 43 (31 ottobre 2018)

F. Osservatore del centro di massa, legame tra le grandezze cinematiche del moto assoluto del sistema e del moto relativo all'osservatore del centro di massa. Equazioni globali della dinamica dei sistemi, leggi di conservazione per i sistemi isolati e liberi, sollecitazione autonoma, teorema del centro di massa. Seconda equazione globale con polo mobile.

G. Sistema olonomo a vincoli perfetti: velocità, accelerazione ed energia cinetica in termini delle coordinate lagrangiane, matrice di massa e proposizione sulle relative proprietà (senza dimostrazione).

Lezioni 44 – 45, ore effettive 44 – 45 (2 novembre 2018)

G. Seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice e pendolo sferico, analisi qualitativa, calcolo della forza vincolare.

Lezioni 46 – 48, ore effettive 46 – 48 (5 novembre 2018)

G. Equazione simbolica della dinamica e prima forma delle equazioni di Lagrange. Deduzione della seconda forma delle equazioni di Lagrange.

Sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, sollecitazioni posizionali, sollecitazioni conservative. Energia potenziale di una sollecitazione conservativa. Equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi conservativi. Esempi: sollecitazione elastica esterna e interna.

Lezioni 49 – 51, ore effettive 49 – 51 (7 novembre 2018)

G. Esempi di sollecitazione conservativa: peso e sollecitazione centrifuga.

Definizione di momento coniugato, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Relazione tra energia e energia generalizzata; variazione dell'energia gen-

eralizzata lungo i moti naturali. Integrali primi: momenti coniugati, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale.

Esempio del pendolo rotante: sistema reonomo con lagrangiana che non dipende esplicitamente dal tempo.

Lezioni 52 – 53, ore effettive 52 – 53 (9 novembre 2018)

G. Esempio: pendolo sferico, analisi qualitativa, moti particolari, calcolo della forza vincolare, problema del distacco.

Lezioni 54 – 56, ore effettive 54 – 56 (12 novembre 2018)

H. Statica dei sistemi olonomi: principio dei lavori virtuali. Statica di sistemi olonomi a vincoli scleronomi: caso dei sistemi olonomi conservativi. Stabilità dell'equilibrio: definizione di equilibrio stabile e instabile, teorema di Dirichlet–Lagrange (senza dimostrazione), teorema di Liapunov (senza dimostrazione). Esempi: moto del pendolo sottoposto all'azione di una forza elastica. Esempi: moto del pendolo rotante rispetto all'osservatore terrestre e a quello non inerziale. Diagrammi di stabilità e biforcazione.

Lezioni 57 – 59, ore effettive 57 – 59 (14 novembre 2018)

I. Corpo rigido, riferimento solidale, elemento, retta, piano solidale, rappresentazione cartesiana, numero di gradi di libertà, velocità angolare, velocità del generico elemento. Esempio: disco vincolato a un piano. Classificazione dei moti rigidi: traslatorio, sferico e rotatorio. Proprietà.

Atto di moto rigido, formula fondamentale della cinematica rigida, trinomio invariante. Classificazione dell'atto di moto rigido: traslatorio e rotatorio. Asse istantaneo di rotazione. Teorema di Mozzi e asse di Mozzi. Campo circolare e elicoidale.

Lezioni 60 – 61, ore effettive 60 – 61 (16 novembre 2018)

I. Moto rigido di contatto, velocità di strisciamento, atto di moto senza strisciamento, di puro rotolamento e di imperniamento. Velocità assoluta e relativa del punto di contatto.

Vincolo di assenza di strisciamento come vincolo anolonomo integrabile e non integrabile. Esempi: ruota sulla rotaia rettilinea, ruota sulla rotaia circolare.

Lezioni 62 – 64, ore effettive 62 – 64 (19 novembre 2018)

I. Esempi moto con assenza di strisciamento: sfera appoggiata sul piano, cilindro appoggiato su un piano e cono appoggiato su un piano.

Moto rigido piano: definizione. Proprietà dell'atto di moto rigido di un moto rigido piano. Centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles. Base e rulletta, moto rigido piano come moto rigido di contatto. L'ellissografo.

Lezioni 65 – 67, ore effettive 65 – 67 (21 novembre 2018)

J. Centro di massa di un corpo rigido, proprietà di ubicazione, corpi forati. Momento d'inerzia di un corpo rigido, Teorema di Huygens. Momento d'inerzia di un corpo rigido, proprietà di additività e corpi forati. Matrice d'inerzia.

Lezioni 68 – 69, ore effettive 68 – 69 (23 novembre 2018)

J. Matrice d'inerzia, prodotti d'inerzia, tensore d'inerzia, diagonalizzazione del tensore d'inerzia, riferimento, assi e momenti principali e centrali d'inerzia, corpi a simmetria

sferica, corpi a simmetria cilindrica o giroscopica, matrice d'inerzia per i corpi piani, proprietà di simmetria della distribuzione della massa e assi principali d'inerzia, ellissoide d'inerzia. Energia cinetica di un corpo in moto rigido; esempi: cilindro che rotola senza strisciare e cono che rotola senza strisciare.

Lezioni 70 – 72, ore effettive 70 – 72 (26 novembre 2018)

J. Energia cinetica e momento totale della quantità di moto di un corpo rigido in moto sferico.

K. Esempi di applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Modelli di vincolo perfetto per i sistemi rigidi: rotolamento senza strisciamento, appoggio liscio, giunto ideale, cerniera.

Lezioni 73 – 75, ore effettive 73 – 75 (28 novembre 2018)

K. Esempi di applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una forza elastica rispetto a un osservatore terrestre e a uno non inerziale, moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una coppia costante, moto di una sbaretta pesante vincolata mediante uno snodo liscio e sottoposta all'azione di una forza elastica, moto del bipendolo, moto di puro rotolamento di un cilindro rispetto a un osservatore terrestre e rispetto a un osservatore non inerziale, sistemi con sollecitazioni dipendenti dal tempo.

Lezioni 76 – 77, ore effettive 76 – 77 (30 novembre 2018)

K. Esempi di applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi.

L. Piccole oscillazioni: lagrangiana ridotta, oscillatori interagenti, modi normali di oscillazione.

Lezioni 78 – 80, ore effettive 78 – 80 (10 dicembre 2018)

M. Sufficienza delle equazioni cardinali per il corpo rigido libero. Sollecitazioni equivalenti: peso e sollecitazione centrifuga.

N. Corpo rigido con asse fisso: bilanciamento statico e dinamico.

Lezioni 81 – 83, ore effettive 81 – 83 (12 dicembre 2018)

I. Coni di Poinot. Moto rigido di precessione: asse di precessione e asse di figura.

J. Ellissoide d'inerzia e proprietà.

O. Moto rigido con un punto fisso. Moti alla Poinot: equazioni di Eulero e leggi di conservazione. Teorema di Poinot.

Lezioni 84 – 85, ore effettive 84 – 85 (14 dicembre 2018)

O. Moti alla Poinot: rotazioni permanenti e loro stabilità.

Lezioni 86 – 88, ore effettive 86 – 88 (17 dicembre 2018)

O. Trottola di Lagrange: discussione euristica basata sulla seconda equazione cardinale, leggi di conservazione, equazioni pure del moto, analisi qualitativa del moto. Trottola lanciata velocemente.

Lezioni 89 – 91, ore effettive 89 – 91 (19 dicembre 2018)

P. Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia: caratterizzazione della sollecitazione vincolare. Statica. Dinamica: equazioni pure. Caso del corpo rigido sottoposto al solo peso.

G. Esercizi sui sistemi olonomi: deduzione delle equazioni di Lagrange e analisi dei moti.

Lezioni 92 – 92, ore effettive 92 – 92 (21 dicembre 2018)

A. Introduzione alla teoria dei tensori: trasformazione di coordinate, vettore, covettore. Definizione di tensore. Esempi: tensore d'inerzia, tensore degli sforzi e tensore di deformazione.