

## Descrizione delle lezioni

Data del documento: 15 settembre 2021

Docente: Prof. Emilio N.M. Cirillo

Nome del corso: Fisica Matematica

Corso di laurea: Ingegneria Civile

Anno di corso: secondo

Sede: Roma

Libri di testo:

[C] Emilio N.M. Cirillo, Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l'Ingegneria. Edizioni CompoMat, 2018, Configni (Ri).

Sequenza prevista per le lezioni:

- L00. Richiami su spazi vettoriali e puntuali [C, appendice A, B]
- L01. Leggi della meccanica [C, capitolo 1]
- L02. Sollecitazioni e campo momento [C, paragrafi 1.4 e 17.2]
- L03. Trasformazioni di coordinate [C, paragrafi 2.1 e 2.2]
- L04. Moto di trascinamento [C, capitolo 3]
- L05. Moti relativi [C, capitolo 4]
- L07. Sistemi conservativi unidimensionali [C, capitolo 6]
- L08. Sistemi vincolati [C, capitolo 7]
- L10. Proprietà generali dei sistemi di particelle [C, capitolo 9]
- L11. Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [C, capitolo 10]
- L12. Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [C, capitolo 12]
- L13. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [C, capitolo 14]
- L14. Corpo rigido: geometria delle masse [C, capitolo 15]
- L15. Sistemi olonomi con componenti rigide [C, capitolo 16]
- L16. Sistemi oscillanti [C, capitolo 13]
- L17. Equazioni cardinali per il corpo rigido [C, paragrafi 16.1, 17.1, 17.3]
- L18. Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale [C, paragrafo 17.4]
- L19. Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poincaré [C, paragrafo 17.5]
- L20. Corpo rigido con un punto fisso: trottola [C, paragrafo 17.5]
- L21. Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia [C, paragrafo 17.6]
- L22. Sfera appoggiata a una superficie scabra [C, paragrafo 17.7]
- L23. Teoria di Liapunov [C, paragrafo 12.3]
- L06. Dinamica e statica di un elemento libero [C, capitolo 5]
- L09. Dinamica dell'elemento vincolato [C, capitolo 8]

Descrizione delle lezioni:

- L00. Richiami su spazi vettoriali e puntuali

Nozioni. Spazi vettoriali, basi, cambiamento di base, prodotto scalare, prodotto vettoriale, spazi puntuali euclidei, riferimento cartesiano.

Problema. Come cambiano le componenti di un vettore in corrispondenza di cambiamento di base?

Problema. Quali condizioni deve soddisfare la matrice del cambiamento di base?

Nozioni. Curve regolari, ascissa curvilinea, versori tangente, normale e binormale, curvatura e torsioni, piano osculatore.

Problema. Come cambiano i versori del triedro principale muovendosi lungo una curva?

Problema. Qual è il significato del piano osculatore?

### L01. Leggi della meccanica

Nozioni. Costruzione del modello di meccanica classica, leggi del moto, sollecitazione interna e esterna.

Problema. Le equazioni del moto permettono di determinare il moto una volta assegnate le condizioni iniziali?

Problema. Che tipo di condizioni iniziali bisogna assegnare per avere un'unica soluzione delle equazioni del moto?

Nozioni. Configurazioni di equilibrio ed equazione fondamentale della statica.

### L02. Sollecitazioni e campo momento

Nozioni. Le due grandezze di rilievo introdotte nella lezione sono la somma della sollecitazione e il momento totale della sollecitazione rispetto a un polo.

Osservazione. Cambiando il polo utilizzato nel calcolo del momento totale si ottiene un campo vettoriale, ovvero una mappa che associa a ogni punto dello spazio euclideo tridimensionale un vettore.

Problema. Quali sono le proprietà del campo momento totale? Come sono distribuiti i vettori del campo nello spazio?

Nozione. Si introduce il concetto di sollecitazioni equivalenti, ovvero sollecitazioni che hanno stessa somma e stesso momento totale.

Problema. Data una sollecitazione, è possibile trovarne una più semplice (costituita da meno forze) ad essa equivalente?

### L03. Trasformazioni di coordinate

Nozione. Trasformazione di coordinate cartesiane tra due diversi sistemi di riferimento cartesiani.

Problema. Determinare la relazione tra le coordinate di uno stesso punto rispetto ai due sistemi considerati.

Nozioni. Trasformazioni di traslazione e di rotazione.

Problema. Se si effettuano più trasformazioni di rotazione in successione, la trasformazione complessiva è la stessa qualunque sia l'ordine in cui si effettuano le rotazioni?

Nozioni. Definizione degli angoli di Cardano e di Eulero per parametrizzare le trasformazioni di rotazione.

Problema. Scrittura della matrice di rotazione in termini degli angoli di Cardano e di Eulero.

#### L04. Moto di trascinamento

Nozione. Moto di un riferimento fisso rispetto a uno mobile, concetto di velocità angolare di un moto di trascinamento di un riferimento mobile rispetto a uno fisso, classificazione dei moti di trascinamento (traslatorio, sferico e rotatorio).

Problema. Come si scrive la velocità angolare in termini di opportune coordinate che descrivono il moto di trascinamento?

Problema. Si possono usare gli angoli di Eulero e di Cardano se il moto è sferico, ovvero se un punto solidale al riferimento mobile è in quiete rispetto a quello fisso?

#### L05. Moti relativi

Nozioni. Moto assoluto e moto relativo, velocità assoluta, velocità relativa e di trascinamento.

Problema. Che relazione esiste tra la velocità di una particella rispetto a due diversi osservatori?

Problema. Qual è il significato fisico della velocità relativa?

Nozioni. Accelerazione assoluta, relativa, di strascinamento e di Coriolis.

Problema. Che relazione esiste tra l'accelerazione di una particella rispetto a due diversi osservatori?

Problema. L'accelerazione di Coriolis ha significato fisico?

Problema. Come si scrivono le leggi del moto rispetto a un osservatore non inerziale?

Nozione. Forze fittizie.

#### L06. Dinamica e statica di un elemento libero

Nozioni. Modello per la particella libera sulla superficie terrestre, il peso, la forza elastica.

Problema. Cosa accade se nello studio del moto di una particella si considerano le forze fittizie dovuta alla non inerzialità del riferimento terrestre?

Esempi. Effetto della forza centrifuga e fenomeno delle maree.

#### L07. Sistemi conservativi unidimensionali

Nozione. Un sistema conservativo unidimensionale è un'equazione differenziale del secondo ordine autonoma per la quale esiste l'integrale primo dell'energia totale.

Problema. È sempre possibile scrivere in forma esplicita l'integrale generale del sistema conservativo unidimensionale?

Nozione. Spazio delle fasi e analisi qualitativa.

Problema. È possibile usare la conoscenza dell'integrale primo per ottenere informazioni sui possibili moti del sistema?

#### L08. Sistemi vincolati

Nozione. Vincoli di posizione, vincoli di mobilità, vincoli olonomi, coordinate lagrangiane, vincoli perfetti, vincolo di attrito.

Problema. È possibile scrivere le equazioni del moto per un sistema in presenza di vincoli?

Nozione. Reazione vincolare.

Problema. Le forze vincolari sono delle funzioni della posizione e della velocità delle particelle, come lo sono le forze attive (interne ed esterne)?

Problema. Le equazioni del moto per sistemi vincolati permettono di determinare il moto del sistema una volta note le condizioni iniziali?

Problema. Per sistemi olonomi, si possono dedurre le equazioni pure del moto sufficienti a determinare il moto in termini delle coordinate lagrangiane a partire dalle equazioni del moto per il sistema vincolato?

L09. Dinamica dell'elemento vincolato

Problema. Sotto quali ipotesi è possibile dedurre le equazioni pure del moto a partire dalle equazioni del moto di un punto vincolato?

Problema. Le equazioni pure per il moto dell'elemento possono essere determinate solo per vincoli perfetti?

Esempi. Studio di diversi problemi per un elemento vincolato a una curva o a una superficie con contatto liscio o scabro. Studio della statica e della dinamica.

L10. Proprietà generali dei sistemi di particelle

Nozioni. Sistemi di particelle, grandezze globali dei sistemi di particelle (energia cinetica, quantità di moto, momento totale della quantità di moto), centro di massa, riferimento del centro di massa, ovvero riferimento in moto traslatorio rispetto a quello fisso con origine nel centro di massa.

Problema. Esistono legami tra le grandezze cinematiche relative all'osservatore fisso e a quello del centro di massa?

Problema. È possibile scrivere equazioni di evoluzione per le grandezze globali del sistema di particelle a partire dalla conoscenza delle equazioni del moto delle singole particelle costituenti il sistema?

L11. Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange

Nozione. Equazione simbolica della dinamica, equazioni di Lagrange, sistemi conservativi, integrali primi.

Problema. L'ipotesi di vincoli perfetti è sufficiente a determinare le equazioni pure del moto?

Problema. Come si scrivono le equazioni di Lagrange se la sollecitazione attiva è conservativa?

Problema. A partire dalle equazioni di Lagrange è possibile condurre un'analisi qualitativa simile a quella di Weierstrass per i sistemi unidimensionali?

Nozioni. Momento coniugato, energia meccanica, energia meccanica generalizzata.

Problema. Sotto quale ipotesi l'energia meccanica e quella generalizzata coincidono?

Problema. Sotto quali ipotesi l'energia meccanica, quella generalizzata coincidono e i momenti coniugati si conservano?

L12. Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità

Nozione. Equazione fondamentale della statica, condizione di equilibrio per sistemi conservativi, stabilità dell'equilibrio.

Problema. E' possibile determinare condizioni sufficienti per la stabilità dell'equilibrio?

L13. Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto

Nozione. Concetto di moto rigido.

Problema. Quanto coordinate sono necessarie per descrivere un moto rigido?

Nozione. Concetto di atto di moto rigido e sua analogia con il campo momento totale di una sollecitazione.

Nozioni. Moto rigido di contatto, moto del punto di contatto, velocità di strisciamento.

Problema. Come si può esprimere la velocità di strisciamento di una ruota che si muove a contatto con una guida rettilinea? Cosa accade se la guida è circolare? Cosa cambia se si considera una palla che si muove a contatto con un piano?

Nozioni. Moto rigido piano, centro di istantanea rotazione, base e rulletta.

Problema. Come si determina il centro di istantanea rotazione?

Nozione. Moto di precessione.

Problema. La velocità angolare del moto di precessione è parallela all'asse di precessione?

L14. Corpo rigido: geometria delle masse

Nozioni. Centro di massa, momento d'inerzia, matrice d'inerzia, riferimento principale d'inerzia, ellissoide d'inerzia.

Problema. Esistono proprietà di simmetria che aiutano nel calcolo delle quantità elencate in precedenza?

Problema. Come si procede quando il corpo non soddisfa particolari simmetrie?

Problema. Come cambia la matrice d'inerzia quando si effettua una rotazione del sistema di riferimento solidale?

Nozioni. Energia cinetica e momento angolare di un corpo rigido in moto sferico in termini delle componenti della velocità angolare.

L15. Sistemi olonomi con componenti rigide [C, capitolo 16]

Problema. Sotto l'ipotesi di vincoli perfetti e in presenza di componenti rigide è possibile utilizzare il formalismo delle equazioni di Lagrange?

Problema. Quali sono le diverse situazioni che si deve imparare ad affrontare? In altri termini, possiamo classificare i vincoli cui può essere sottoposto un corpo rigido?

L16. Sistemi oscillanti [C, capitolo 13]

Nozioni. Sistemi oscillanti, sistemi oscillanti interagenti, piccole oscillazioni attorno a configurazioni di equilibrio stabile, modi normali di oscillazione coordinate normali.

Problema. Se un sistema è costituito da più oscillatori, è possibile eccitare il moto di uno solo degli oscillatori?

Problema. Se un sistema è costituito da più oscillatori, le diverse particelle possono oscillare tutte alla stessa frequenza?

Problema. È possibile trovare coordinate lagrangiane opportune che permettano di dare risposte parzialmente positive alle domande precedenti?

L17. Equazioni cardinali per il corpo rigido

Nozione. Richiamo sulle equazioni globali della dinamica dei sistemi, equazioni di Eulero per la dinamica dei sistemi rigidi.

Problema. Le equazioni globali sono sufficienti a descrivere il moto del corpo rigido libero?

Problema. Cosa accade per il corpo rigido vincolato?

L18. Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale

Nozione. Moto rigido con asse fisso, cerniera ideale.

Problema. È possibile usare le equazioni cardinali per dedurre l'equazione pura del moto?

Problema. Il momento angolare è sempre parallelo all'asse di rotazione?

Problema. Si possono ottenere informazioni sulla sollecitazione vincolare?

L19. Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poinsot

Nozione. Moti alla Poinsot, moti rigidi sferici con momento totale della sollecitazione nullo rispetto al punto fisso.

Problema. I moti alla Poinsot ammettono integrali primi?

Problema. I moti alla Poinsot possono essere precessioni?

Problema. Possono esistere moti alla Poinsot che non sono né rotatori né precessioni?

Problema. Supponendo che esistono dati iniziali che danno luogo a moti rotatori, cosa succede se si modifica di poco il dato iniziale?

Problema. Come si muove rispetto al riferimento del centro di massa una pallone da pallacanestro in volo?

Problema. Come si muove rispetto al riferimento del centro di massa una pallone da football americano in volo?

L20. Corpo rigido con un punto fisso: trottola

Nozione. Moto della trottola, moto rigido sferico di un giroscopio con punto fisso appartenente all'asse di simmetria e diverso dal centro di massa.

Problema. Cosa accade se il punto di sospensione è il centro di massa?

Problema. La trottola ammette integrali primi?

Problema. È possibile sfruttare gli integrali primi per discutere qualitativamente il moto della trottola?

Problema. Come si comporta la trottola lanciata velocemente? Ovvero la trottola posta all'istante iniziale in rapida rotazione su se stessa e abbandonata al suo moto con asse di simmetria inclinato rispetto alla direzione verticale.

L21. Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia

Problema. Si può caratterizzare la sollecitazione vincolare?

Problema. Si possono determinare le equazioni pure del moto?

Problema. Si può risolvere il problema della statica?

Problema. Si può risolvere il problema della dinamica?

L22. Sfera appoggiata su una superficie scabra

Osservazione. Una palla da pallacanestro viene poggiata sul parquet e viene messa in moto con una piccola spinta.

Problema. Come si muove?

Problema. Il moto è analogo a quello della palla da biliardo?

Problema. Si può caratterizzare la sollecitazione vincolare?

L23. Teoria di Liapunov

Osservazione. Durante il corso sono state date diverse definizioni di stabilità in contesti diversi.

Problema. È possibile formulare una teoria che le unifichi?

Problema. A quali problemi è possibile applicare la teoria generale? Si discuterà l'applicazione ai sistemi olonomi e alle rotazioni permanenti dei moti alla Poincaré.