

## **Fisica Matematica - 9 CFU - Laurea in Ingegneria Civile - Roma**

Docente: E.N.M. Cirillo - Anno Accademico: 2025-2026

### **Programma**

- L00.** Prerequisiti di algebra lineare (spazi vettoriali), richiami di geometria (spazi puntuali euclidei) e curve [1, Appendici A e B] e [6].
- L01.** Leggi della meccanica [1, Capitolo 1] e [4, 11].
- L02.** Sollecitazioni e campo momento [1, Capitoli 1 e 17].
- L03.** Trasformazioni di coordinate [1, Capitolo 2].
- L04.** Cinematica degli osservatori [1, Capitolo 3] e [4].
- L05.** Moti relativi [1, Capitolo 4] e [4].
- L06.** Dinamica e statica dell'elemento libero [1, Capitolo 5].
- L07.** Sistemi conservativi unidimensionali: ritratto di fase e diagramma di stabilità [1, Capitolo 6] e [8].
- L08.** Sistemi vincolati [1, Capitolo 7].
- L09.** Dinamica dell'elemento vincolato [1, Capitolo 8] e [4].
- L10.** Proprietà generali dei sistemi di particelle [1, Capitolo 9] e [4].
- L11.** Dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [1, Capitolo 10] e [4].
- L12.** Statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [1, Capitolo 12] e [4].
- L13.** Cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [1, Capitolo 14] e [4].
- L14.** Corpo rigido: geometria delle masse [1, Capitolo 15] e [4].
- L15.** Dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [1, Capitolo 16] e [4].
- L16.** Sistemi oscillanti [1, Capitolo 13] e [4].
- L17.** Dinamica del corpo rigido e statica: equazioni cardinali [1, Capitolo 17] e [4].
- L18.** Corpo rigido con un asse fisso: cerniera ideale e bilanciamento dinamico [1, Capitolo 17] e [4].
- L19.** Corpo rigido con un punto fisso: moti alla Poinsot [1, Capitolo 17] e [4].
- L20.** Corpo rigido con un punto fisso: trottola [1, Capitolo 17] e [4].

**L21.** Corpo rigido appoggiato a una superficie liscia [1, Capitolo 17] e [4].

**L22.** Sfera appoggiata a una superficie scabra [1, Capitolo 17] e [11].

**L23.** Sistemi dinamici e teoria della stabilità di Liapunov [1, Capitolo 12].

### Testi consigliati

- [1] Emilio N.M. Cirillo, “Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale per l’Ingegneria.” Edizioni CompoMat, 2018, Configni (Ri).

### Esercitazioni ed esempi di prove d’esame

Sul sito google classroom sono reperibili alcune esercitazioni, suddivise per argomenti, e alcune prove d’esame degli anni passati scelte dal docente. Non è sempre distribuita la soluzione.

Gli studenti sono invitati a svolgere questi esercizi durante o al termine del corso e a discutere con il docente le eventuali difficoltà incontrate.

### Diario delle lezioni aggiornato al 16 dicembre 2025 con riferimenti a [1]

Lezioni 1 – 3 (22 settembre 2025)

**L00** Paragrafi A.3 spazi vettoriali, A.4 spazi vettoriali euclidei, A.5 spazi vettoriali euclidei tridimensionali. B.1 spazi puntuali,

Lezioni 4 – 6 (24 settembre 2025)

**L00** Paragrafi B.2 isometrie, B.3 curve regolari.

Lezioni 7 – 8 (26 settembre 2025)

**L00** Paragrafo B.4 atlante e carte.

**L02** Paragrafo 1.4 proprietà generali delle sollecitazioni e campo momento,

Lezioni 9 – 11 (29 settembre 2025)

**L02** 1.4 proprietà generali delle sollecitazioni e campo momento, 17.2 sollecitazioni equivalenti (esempio del peso).

**L03** Paragrafi 2.1 trasformazioni di coordinate cartesiane, 2.2 trasformazioni particolari (traslazione e rotazione), 2.2.2 angoli di Eulero.

Lezioni 12 – 14 (1 ottobre 2025)

**L03** Paragrafi 2.2.2 angoli di Eulero, 2.2.1 angoli di Cardano.

**L04** Paragrafo 3.1 moto di trascinamento, 3.2 velocità angolare, teorema di Poisson.

Lezioni 15 – 16 (3 ottobre 2025)

**L04** Paragrafi 3.2 proprietà della velocità angolare, esempio 3.1, esempio 3.2.

**L01** Paragrafi C.1 descrizione cilindrica, polare e intrinseca del moto di una particella, C.2 classificazione cinematica dei moti.

Lezioni 17 – 19 (6 ottobre 2025)

**L04** Paragrafi 3.2 proprietà della velocità angolare, 3.3 classificazione dei moti di trascinamento, 3.4 moto relativo e assoluto di un osservatore (composizione delle velocità angolari).

**L05** Paragrafo 4.1 moto di un punto solidale a un osservatore mobile.

Lezioni 20 – 22 (8 ottobre 2025)

**L05** Paragrafi 4.1 moto di un punto solidale a un osservatore mobile, 4.2 moto assoluto e relativo di un elemento.

**L01** Paragrafi 1.1 cinematica, 1.2 dinamica.

Lezioni 23 – 24 (10 ottobre 2025)

**L01** Paragrafi 1.3 statica, Moto rispetto a osservatori non inerziali. Esercizi.

**L06** Paragrafi 5.1, 5.2 elemento libero e isolato, 5.3 elemento libero e non isolato.

Lezioni 25 – 27 (13 ottobre 2025)

**L07** Paragrafi 6.1 sistemi meccanici conservativi unidimensionali, 6.2 analisi qualitativa.

Lezioni 28 – 30 (15 ottobre 2025)

**L07** Paragrafi 6.2 analisi qualitativa, Problema 1 diagramma di biforcazione, 6.3 periodo dei moti oscillatori.

Lezioni 31 – 32 (17 ottobre 2025)

**L08** Paragrafi 7.1 cinematica dei vincoli, 7.2 dinamica dei sistemi vincolati, 7.3 statica dei sistemi vincolati.

Lezioni 33 – 35 (20 ottobre 2025)

**L08** Paragrafi 7.4 classificazione dei vincoli, 7.5 modelli di vincolo.

**L09** Paragrafo 8.2 elemento vincolato a una guida rettilinea.

Lezioni 36 – 38 (22 ottobre 2025)

**L09** Paragrafi 8.2 elemento vincolato a una guida rettilinea, 8.3 elemento vincolato a una guida curvilinea, 8.4 elemento vincolato a una superficie, 8.4 elemento vincolato a una superficie (problema del distacco), 8.5 oscillatore lineare.

**L10** Paragrafi 9.1 centro di massa, 9.2 riferimento del centro di massa,

Lezioni 39 – 40 (24 ottobre 2025)

**L10** Paragrafo 9.3 equazioni globali della dinamica dei sistemi.

**L11** Paragrafi 10.1 e 10.2 osservabili cinematiche e coordinate lagrangiane (teorema sulla matrice di massa senza dimostrazione).

Lezioni 41 – 43 (27 ottobre 2025)

**L11** Paragrafi 10.3 prima forma delle equazioni di Lagrange, 10.4 seconda forma delle equazioni di Lagrange, 10.5 sollecitazioni a lavoro virtuale nullo.

Lezioni 44 – 46 (29 ottobre 2025)

**L11** Paragrafi 10.5 sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, 10.6 sistemi olonomi conservativi, 10.7 integrali primi del moto, 10.8 leggi di conservazione per sistemi olonomi conservativi.

Lezioni 47 – 48 (31 ottobre 2025)

**L11** Esempi 10.13 e 10.14.

**L12** Paragrafi 12.1 statica dei sistemi olonomi.

Lezioni 49 – 51 (3 novembre 2025)

**L12** Paragrafi 12.2 stabilità dell'equilibrio, teorema di Dirichlet con dimostrazione riman- data e teorema di Liapunov senza dimostrazione. Esempi 12.1, 12.2, 12.3.

**L13** Paragrafi 14.1 corpo rigido.

Lezioni 52 – 54 (5 novembre 2025)

**L13** Paragrafi 14.1 corpo rigido, 14.2 moti rigidi particolari, 14.3 atto di moto rigido, 14.4 classificazione degli atti di moto rigido, 14.5 moto rigido di contatto.

Lezioni 55 – 56 (7 novembre 2025)

**L13** Paragrafi 14.5 moto rigido di contatto, 14.5 moto rigido piano.

Lezioni 57 – 59 (10 novembre 2025)

**L13** Paragrafi 14.5 moto rigido piano, 14.7 moto rigido sferico: precessione.

**L14** Paragrafi 15.1 centro di massa di un corpo rigido.

Lezioni 60 – 62 (12 novembre 2025)

**L14** Paragrafi 15.2 momento d'inerzia, 15.3 matrice d'inerzia, 15.4 grandezze cinematiche e matrice d'inerzia.

Lezioni 63 – 64 (14 novembre 2025)

**L14** Paragrafi 15.4 grandezze cinematiche e matrice d'inerzia, 15.5 tensore d'inerzia.

Lezioni 65 – 67 (17 novembre 2025)

**L14** Paragrafi 15.6 ellissoide d'inerzia.

**L15** Paragrafo 16.1 sistemi rigidi vincolati (cerniera, giunto e collare), 16.2 esercizi di riepilogo su corpo rigido con almeno un punto fisso.

Lezioni 68 – 70 (19 novembre 2025)

**L15** Paragrafi 16.2 esercizi di riepilogo su corpo rigido con almeno un punto fisso (cerniera, bilanciamento, somma e momento totale della sollecitazione vincolare in termini delle sole coordinate lagrangiane).

Lezioni 71 – 72 (21 novembre 2025)

**L15** Paragrafo 16.3 esercizi di riepilogo su moti senza strisciamento, 16.4 esercizi di riepilogo su sistemi di corpi rigidi a contatto.

Lezioni 73 – 75 (24 novembre 2025)

**L15** Paragrafo 16.4 esercizi di riepilogo su sistemi di corpi rigidi a contatto.

**L16** Paragrafi 13.1 coppia di oscillatori interagenti (oscillatori lineari, battimenti).

Lezioni 76 – 78 (26 novembre 2025)

**L16** Paragrafo 13.1 coppia di oscillatori interagenti (oscillatori non lineari), 13.2 catena di oscillatori interagenti, 13.3 piccole oscillazioni con esempio del bpendolo.

**L17** Paragrafi 17.1 equazioni cardinali per il corpo rigido libero (equazioni di Eulero).

Lezioni 79 – 81 (1 dicembre 2025)

**L18** Paragrafi 17.4 corpo rigido con asse fisso, 17.4.1 cerniera ideale, 17.4.2 cerniera ideale: corpo rigido pesante.

**L19** Paragrafi 17.5 corpo rigido con punto fisso, 17.5.1 moto alla Poinot: definizione esempi, equazioni di Eulero, leggi di conservazione, rotazioni permanenti.

Lezioni 82 – 84 (3 dicembre 2025)

**L19** Paragrafi 17.5.2 stabilità delle rotazioni permanenti.

**L20** Paragrafi 17.5.3 trottola di Lagrange, 17.5.4 trottola: integrali primi, 17.5.5 trottola: equazioni pure.

Lezioni 85 – 86 (5 dicembre 2025)

**L20** Paragrafi 17.5.6 trottola: analisi del moto, 17.5.7 trottola lanciata velocemente.

Lezioni 87 – 89 (10 dicembre 2025)

**L21** Paragrafo 17.6 corpo rigido appoggiato su piano liscio.

**L22** Paragrafo 17.7 sfera appoggiata su un piano scabro.

Lezioni 90 – 91 (12 dicembre 2025)

**L22** Paragrafo 17.7 sfera appoggiata su un piano scabro.

Esercizi di ricapitolazione su equazioni cardinali per sistemi olonomi.

Lezioni 92 – 94 (15 dicembre 2025)

**L23** Paragrafo 12.3 Teoria di Liapunov per la stabilità dei punti fissi di un sistema dinamico differenziabile, teorema di Liapunov, dimostrazione del teorema di Liapunov, cenni su dimostrazione del teorema di stabilità di Dirichlet, esempio 17.5 sulla stabilità delle rotazioni di un moto alla Poinot, equazioni di Lotka–Volterra.

Lezioni 95 – 97 (17 dicembre 2025)

Esercizi di ricapitolazione: quesito 19.15.

### Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [2] D. Andreucci, “Meccanica Razionale – Modelli Matematici per l’Ingegneria.” Edizioni La Dotta, 2019, Bologna.
- [3] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [4] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [5] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2011, Configni (Ri).

- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [7] B.A. Dubrovin, S.P. Novikov, A.T. Fomenko, “Geometria delle superfici, dei gruppi di trasformazioni e dei campi.” Volume primo. Editori Riuniti, Edizioni Mir, Mosca, 1986.
- [8] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [9] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [10] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [11] T. Levi-Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2012, Configni (Ri).
- [12] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [13] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

## **Esame**

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. Lo scritto è costituito da uno o più esercizi relativi all'intero programma con particolare attenzione ai sistemi olonomi e ai sistemi rigidi. Il colloquio orale verte sull'intero programma e si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente.

Il compito consta di 15 domande. Le domande sono a risposta multipla con quattro opzioni di risposta, una sola delle quali è esatta. Per l'accesso all'orale si deve conseguire un punteggio maggiore o uguale a 15. A ciascuna risposta corretta vengono attribuiti due punti e a ciascuna risposta errata viene attribuito il punteggio  $-0.2$ . Nessun punteggio viene assegnato a domande per le quali non sia stata indicata alcuna risposta.

Per lo svolgimento della prova scritta, che avrà la durata di due ore, gli studenti devono portare in aula tutto il materiale necessario, per esempio, fogli e penne.

La commissione distribuirà solo il testo del compito in formato cartaceo. Le risposte dovranno essere riportate a penna e in stampatello sulla prima pagina del compito che, al termine della prova scritta, dovrà essere consegnato in tutte le sue parti al docente.

Durante la prova scritta è possibile consultare brevemente la copia di un libro preventivamente posto sulla cattedra, mentre è vietato l'uso di appunti e di dispositivi elettronici di qualsiasi natura.