

## Meccanica Razionale – 2° anno Laurea in Ingegneria Meccanica – Latina

Programma, modalità di svolgimento dell'esame, testi e diario delle lezioni

Docente: E.N.M. Cirillo – Anno Accademico: 2009–2010

**Programma** (per maggiori dettagli si rimanda al diario delle lezioni)

- A. richiami di algebra e geometria [6, 7];
- B. cinematica dell'elemento;
- C. cinematica degli osservatori e moti relativi [1];
- D. leggi della meccanica [1];
- E. dinamica e statica dell'elemento [3];
- F. dinamica dei sistemi [1, 4];
- G. equazioni di Lagrange [1, 3, 4];
- H. cinematica del corpo rigido: il moto [1] e l'atto di moto [1];
- I. dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [3, 4];
- J. dinamica e statica del corpo rigido: equazioni cardinali [3].

### Modalità di svolgimento dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente. La prova scritta consta di due parti: cinque o sei quesiti ed esercizi brevi del tipo di quelli proposti nelle esercitazioni (<http://www.dmmm.uniroma1.it/cirillo/enmc-didattica.php>) e un problema di Meccanica Razionale. La prima parte durerà due o tre ore la seconda due ore; tra le due prove ci sarà un intervallo di trenta minuti.

### Testi consigliati

- [1] P. Benvenuti, G. Maschio, "Appunti delle Lezioni di Meccanica Razionale." Edizioni Kappa, 2000, Roma.
- [2] P. Benvenuti, G. Maschio, "Esercizi di Meccanica Razionale." Edizioni Kappa, 2000, Roma.
- [3] M. Lo Schiavo, "Appunti di Meccanica Razionale."
- [4] E. Olivieri, "Appunti di Meccanica Razionale." UniTor, 1991, Roma.

## Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [5] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [6] A. Bichara, F. Dell’Isola, “Elementi di Algebra Tensoriale con Applicazioni alla Meccanica dei Solidi.” Società Editrice Esculapio, 2005, Bologna.
- [7] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [8] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [9] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [10] T. Levi–Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Zanichelli, 1950, Bologna.
- [11] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

## Diario delle lezioni

Lezioni 1 – 3 (29 settembre 2009)

A. Gruppo, gruppo abeliano, sottogruppo. Corpo e campo. Spazi vettoriali: definizione e notazione per le operazioni e per gli elementi neutri. Sottospazio lineare. Sistema di generatori, sistema linearmente indipendente e base. Proposizione sulle relative proprietà con dimostrazione. Esempi 1.4, 1.7 e 1.8. Teorema 1.9 sulle componenti controvarianti ed esempio 1.10. Proposizione 1.11 sul numero di vettori di una base e definizione di dimensione di uno spazio vettoriale. Matrice del cambiamento di base. Regola di trasformazione per le componenti controvarianti ed esempio 1.13.

Spazi vettoriali pseudo-euclidei. Definizione, prodotto scalare, vettori ortogonali. Componenti covarianti e regola di trasformazione sotto cambiamento di base. Matrice metrica e relazione tra componenti covarianti e controvarianti. Basi ortogonali e ortonormali. Cambiamento di basi tra basi ortonormali, matrici del gruppo  $O(n)$  e del sottogruppo  $SO(n)$ . Esempio 1.14.

Lezioni 4 – 6 (30 settembre 2009)

A. Spazi vettoriali euclidei. Esempio 1.15 sullo spazio vettoriale euclideo  $\mathbb{R}^3$ . Norma o modulo di un vettore. Spazio vettoriale euclideo tridimensionale, rotazioni e trasformazioni di parità, orientazione dello spazio. Prodotto vettoriale e vettori assiali.

Spazi affini, spazio dei trasporti paralleli, sottospazi, riferimenti cartesiani, coordinate cartesiane, assi coordinati, piani coordinati; esempio 1.22 sullo spazio affine  $\mathbb{R}^3$ . Spazi affini euclidei, distanza euclidea, semiretta, angolo convesso, funzione coseno e funzione seno, identità dell’uno trigonometrico, ampiezza dell’angolo, modulo del prodotto vettoriale, angoli orientati, coseni direttori.

Lezioni 7 – 9 (2 ottobre 2009)

A. Isometrie. Omomorfismo, isomorfismo, endomorfismo e automorfismo tra gruppi. Omomorfismo e isomorfismo tra spazi vettoriali. Proprietà: kernel, trasformazione delle basi, conservazione della dimensione. Isometrie tra spazi vettoriali e conservazione del prodotto scalare. Isometrie orientate positivamente (dirette) e negativamente (indirette). Esempio di isometria indiretta. Isomorfismo affine e conservazione della natura dei sottospazi affini. Isometrie affini e conservazione delle distanze, delle coordinate, degli angoli, del prodotto vettoriale.

Curve nello spazio affine: curve regolari, vettore tangente, ascissa curviline, versore tangente. Curve rettilinee, curvatura, raggio di curvatura, versore normale principale.

Lezioni 10 – 12 (6 ottobre 2009)

A. Curve nello spazio affine: Curva piana, curva sghemba, piano osculatore e sua interpretazione geometrica. Versore binormale, triedro principale, torsione e sua interpretazione geometrica, formule di Frenet.

B. Osservatore, posizione, moto, moti componenti, traiettoria, orbita, velocità, accelerazione, legge oraria, rappresentazione intrinseca. Classificazione: moto rettilineo, moto piano, moto circolare, moto uniforme, moto uniformemente accelerato, moto vario. Esempi: moto del grave e moto armonico semplice.

Lezioni 13 – 15 (7 ottobre 2009)

B. Esempi: moto circolare, moto circolare uniforme, composizione di moti armonici, figure di Lissajous. Atlante, carta, coordinate curvilinee, coordinate cilindriche, rappresentazione cilindrica del moto.

Lezioni 16 – 18 (13 ottobre 2009)

B. Coordinate polari e rappresentazione polare del moto. Moto piano, velocità areolare nei moti piani, moto centrale, prima legge di Keplero. Formula di Binet, moto centrale armonico, moto centrale kepleriano e seconda legge di Keplero.

Lezioni 19 – 21 (14 ottobre 2009)

B. Moto dei pianeti e terza legge di Keplero. Studio dell'orbita della Terra nel moto di rivoluzione attorno al Sole. Velocità di un pianeta lungo l'orbita. Problema di Cauchy per i moti kepleriani.

C. Trasformazione di coordinate euclidea, rotazione e traslazione. Teorema di Eulero e asse della rotazione.

Lezioni 22 – 24 (16 ottobre 2009)

C. Cinematica degli osservatori, osservatore fisso e osservatore mobile, moto di trascinamento traslatorio, moti di trascinamento sferico e rotatorio. Moto rispetto all'osservatore fisso di un punto solidale quello mobile.

Lezioni 25 – 27 (20 ottobre 2009)

C Velocità angolare del moto di trascinamento. Proprietà. Moto assoluto e moto relativo. Esempi. Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, teorema di Coriolis,

accelerazione di trascinamento e accelerazione di Coriolis. Moto relativo e assoluto di un osservatore. Calcolo della velocità angolare. Esempi.

Lezioni 28 – 30 (21 ottobre 2009)

C Esempi. Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, teorema di Coriolis, accelerazione di trascinamento e accelerazione di Coriolis. Moto relativo e assoluto di un osservatore. Calcolo della velocità angolare. Esempi.

Lezioni 31 – 33 (27 ottobre 2009)

D. Principio di relatività, legge di Newton per i sistemi di elementi, legge di azione e reazione. Sistema di elementi vincolato, sistema di elementi non isolato.

Lezioni 34 – 36 (28 ottobre 2009)

D. Moto rispetto a osservatori non inerziali. Sistema di elementi soggetto a vincolo. Sistema olonomo, gradi di libertà, coordinate lagrangiane. spostamento effettivo, virtuale e possibile. Sistema con vincoli unilaterali, posizione ordinaria e di confine, spostamento possibili e virtuale. Sistema anolonomo, spostamento possibile e virtuale, vincolo anolonomo integrabile e vincolo propriamente anolonomo.

Lezioni 37 – 39 (30 ottobre 2009)

D. Sistema olonomo, spostamento effettivo, virtuale e possibile. Sistema con vincoli unilaterali, posizione ordinaria e di confine, spostamento possibili e virtuale. Sistema anolonomo, spostamento possibile e virtuale, vincolo anolonomo integrabile e vincolo propriamente anolonomo. Lavoro elementare possibile, effettivo e virtuale. Vincolo ideale o perfetto.

Lezioni 40 – 42 (3 novembre 2009)

D. Modello di vincolo: elemento appoggiato su una superficie, elemento vincolato ad appartenere a una superficie, elemento vincolato ad appartenere a una curva. Caratterizzazione cinematica e dinamica. Problema della dinamica e della statica dei sistemi vincolati, equazione fondamentale della statica per i sistemi liberi e per i sistemi vincolati.

E. Elemento libero e isolato. Elemento libero e non isolato; esempi: moto in un campo elettromagnetico omogeneo e uniforme, spettrometro di Dempster, tubo catodico, scoperta dell'elettrone.

Lezioni 43 – 45 (4 novembre 2009)

E. Elemento libero sulla superficie terrestre: modello di elemento pesante in moto rispetto all'osservatore terrestre, forza peso, accelerazione di gravità. Elemento pesante rispetto a un osservatore in caduta libera. Effetto della forza di Coriolis: deviazione verso est dei corpi in caduta. Elemento vincolato. Elemento vincolato a una guida rettilinea liscia e scabra orizzontale e inclinata. Elemento vincolato a una curva liscia: pendolo semplice e pendolo cicloidale.

Lezioni 46 – 48 (10 novembre 2009)

E. Elemento vincolato a una curva scabra: statica dell'elemento pesante vincolato a una circonferenza scabra. Elemento vincolato ad appartenere a una superficie, cono di attrito

statico. Piano inclinato liscio e scabro: statica e dinamica. Elemento appoggiato a una superficie: moti liberi e di confine, condizione di distacco. Elemento pesante appoggiato su un piano inclinato. Elemento pesante in quiete appoggiato su un piano mobile. Elemento pesante appoggiato su una superficie sferica liscia: statica, equazioni pure per i moti di confine, condizione di distacco. Elemento pesante appoggiato su una superficie sferica scabra: statica.

Lezioni 49 – 51 (11 novembre 2009)

E. Forza elastica. Oscillatore lineare armonico unidimensionale, armonico bidimensionale, smorzato unidimensionale, forzato unidimensionale.

F. Quantità di moto, momento della quantità di moto o momento angolare, energia cinetica. Centro di massa, moto del centro di massa, velocità e accelerazione del centro di massa. Osservatore del centro di massa, legame tra le grandezze cinematiche del moto assoluto del sistema e del moto relativo all'osservatore del centro di massa. Equazioni globali della dinamica dei sistemi, leggi di conservazione per i sistemi isolati e liberi, sollecitazione autonoma, teorema del centro di massa. Seconda equazione globale con polo mobile.

Lezioni 52 – 54 (13 novembre 2009)

G. Sistema olonomo a vincoli perfetti: velocità, accelerazione ed energia cinetica in termini delle coordinate lagrangiane, matrice di massa e relative proprietà. Definizione di momento coniugato. Principio di d'Alembert e prima forma delle equazioni di Lagrange. Deduzione della seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice e pendolo sferico.

Lezioni 55 – 57 (17 novembre 2009)

G. Sollecitazioni a lavoro virtuale nullo. Sollecitazioni posizionali, sollecitazioni conservative. Energia potenziale di una sollecitazione conservativa. Energia potenziale lagrangiana. Esempi: sollecitazione elastica esterna e interna, sollecitazione peso e sollecitazione centrifuga. Equazioni di Lagrange per i sistemi sottoposti a sollecitazioni con componente conservativa.

Lezioni 58 – 60 (18 novembre 2009)

G. Integrali primi: momenti coniugati, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Teorema della forza viva (del lavoro e dell'energia cinetica), teorema di conservazione dell'energia meccanica. Esempi: pendolo semplice, analisi qualitativa.

Lezioni 61 – 63 (24 novembre 2009)

G. Esempi: pendolo sferico, analisi qualitativa, moti particolari, calcolo della forza vincolare, problema del distacco. Statica dei sistemi olonomi: configurazione di equilibrio e principio dei lavori virtuali. Il caso a vincoli fissi: configurazione di equilibrio lagrangiana, condizioni necessarie e sufficienti per le configurazioni di equilibrio. Configurazione di equilibrio stabile, instabile e asintoticamente stabile. Teorema di Dirichlet-Lagrange e teorema di Liapunov senza dimostrazione.

Lezioni 64 – 66 (25 novembre 2009)

G. Esempi: pendolo con forza elastica, moto relativo del pendolo rotante, moto assoluto del pendolo rotante.

Lezioni 67 – 69 (27 novembre 2009)

G. Sistemi a un grado di libertà, piano delle fasi, orbita o traiettoria di fase, ritratto delle fasi, punti fissi o critici, stabilità dei punti fissi, formula di quadratura, analisi qualitativa, curve di livello dell'energia generalizzata, periodo delle orbite periodiche, separatrice, orbite asintotiche, omoclina ed eteroclina. Oscillatore lineare, oscillatore non lineare e periodo delle piccole oscillazioni. Campo di forza centrale, energia potenziale, analisi qualitativa del moto centrale, il caso kepleriano.

Lezioni 70 – 72 (1 dicembre 2009)

G. Moti centrali: condizione di periodicità delle orbite limitate. Il problema dei due corpi.  
H. Corpo rigido, riferimento solidale, elemento, retta, piano solidale, costanza delle distanze relative, rappresentazione cartesiana, numero di gradi di libertà, velocità angolare, velocità del generico elemento. Esempio: disco vincolato a un piano. Angoli di Eulero, rappresentazione cartesiana, velocità angolare.

Lezioni 73 – 75 (2 dicembre 2009)

H. Angoli di Cardano, rappresentazione cartesiana, velocità angolare. Classificazione dei moti rigidi: traslatorio, sferico e rotatorio. Proprietà. Atto di moto rigido, formula fondamentale della cinematica rigida, trinomio invariante. Classificazione dell'atto di moto rigido: traslatorio e rotatorio. Asse istantaneo di rotazione.

Lezioni 76 – 78 (4 dicembre 2009)

H. Teorema di Mozzi e asse di Mozzi. Moto rigido di contatto, velocità di strisciamento, atto di moto senza strisciamento, di puro rotolamento e di imperniamento. Velocità assoluta e relativa del punto di contatto. Vincolo di assenza di strisciamento come vincolo anolonomo integrabile e non integrabile. Esempi: ruota sulla rotaia rettilinea, ruota sulla rotaia circolare, sfera appoggiata sul piano. Moto rigido piano: definizione. Proprietà dell'atto di moto rigido di un moto rigido piano.

Lezioni 79 – 81 (9 dicembre 2009)

H. Moto rigido piano: centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles. Base e rulletta, moto rigido piano come moto rigido di contatto. L'ellissografo. Esempi di moto di contatto con assenza di strisciamento: cilindro appoggiato su un piano e cono appoggiato su un piano. Centro di massa di un corpo rigido, proprietà di ubicazione, copri forati. Momento d'inerzia di un corpo rigido, Teorema di Huygens, proprietà di additività e corpi forati.

Lezioni 82 – 84 (11 dicembre 2009)

H. Matrice d'inerzia, prodotti d'inerzia, tensore d'inerzia, diagonalizzazione del tensore d'inerzia, riferimento, assi e momenti principali d'inerzia, riferimento, assi e momenti centrali d'inerzia, corpi a simmetria sferica, corpi a simmetria cilindrica o giroscopica, matrice d'inerzia per i corpi piani, proprietà di simmetria della distribuzione della massa

e assi principali d'inerzia, ellissoide d'inerzia. Energia cinetica di un corpo in moto rigido; esempi: cilindro che rotola senza strisciare e cono che rotola senza strisciare.

Lezioni 85 – 87 (15 dicembre 2009)

H. Energia cinetica e momento totale della quantità di moto di un corpo rigido in moto sferico.

I. Modelli di vincolo perfetto per i sistemi rigidi: rotolamento senza strisciamento, appoggio liscio, giunto ideale, cerniera ideale e collare cilindrico. Applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Esempi.

Lezioni 88 – 90 (16 dicembre 2009)

J. Equazioni cardinali della dinamica rigida e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema libero. Equazioni cardinali della statica rigida. Equazioni di Eulero. Sollecitazioni equivalenti, esempio della sollecitazione peso e di quella centrifuga.

Lezioni 91 – 93 (18 dicembre 2009)

J. Corpo rigido libero e vincolato. Equazioni cardinali della dinamica e della statica per il corpo rigido vincolato. Corpo rigido vincolato, corpo rigido appoggiato, rotolamento senza strisciamento di un disco in un piano verticale e di una sfera su un piano. Moto rotatorio di un corpo rigido vincolato mediante una cerniera ideale: bilanciamento statico e dinamico. Moto sferico e precessioni. Moti alla Poinsot, conservazione del momento totale della quantità di moto, conservazione dell'energia cinetica, teorema di Poinsot, rotazioni permanenti, analisi grafica dei moti alla Poinsot, casi simmetrici, stabilità delle rotazioni permanenti.