

## Meccanica Razionale – 2° anno Laurea in Ingegneria Meccanica – Latina

Programma, modalità di svolgimento dell'esame, testi e diario delle lezioni

Docente: E.N.M. Cirillo – Anno Accademico: 2012–2013

**Programma** (per maggiori dettagli si rimanda al diario delle lezioni)

- A. richiami di algebra e geometria [1, 5, 6];
- B. cinematica dell'elemento [1];
- C. cinematica degli osservatori e moti relativi [1, 2];
- D. leggi della meccanica [2];
- E. dinamica e statica dell'elemento [1, 11];
- F. dinamica dei sistemi [1, 2];
- G. dinamica dei sistemi olonomi: equazioni di Lagrange [1, 2];
- H. statica dei sistemi olonomi: equilibrio e stabilità [1, 2];
- I. sistemi meccanici conservativi unidimensionali [1, 7];
- J. cinematica del corpo rigido: il moto e l'atto di moto [1, 2];
- K. corpo rigido: geometria delle masse [1, 2];
- L. dinamica e statica del corpo rigido: formalismo lagrangiano [1, 2];
- M. dinamica e statica del corpo rigido: equazioni cardinali [1, 2].

### Modalità di svolgimento dell'esame

L'esame consiste in una prova scritta e un colloquio orale. Il colloquio orale si svolge immediatamente dopo la correzione della prova scritta sulla base del calendario predisposto dal docente.

La prova scritta consta di due parti: alcuni (quattro o cinque) quesiti ed esercizi brevi del tipo di quelli proposti nelle esercitazioni

<http://www.sbai.uniroma1.it/~emilio.cirillo/enmc-didattica.php>

e un problema di Meccanica Razionale sul formalismo lagrangiano per i sistemi olonomi a vincoli perfetti (si veda la relativa esercitazione per una rassegna di alcuni problemi tipici). La prima parte dura due ore e mezza, mentre la seconda soltanto due. Tra le due prove è previsto un intervallo di circa quindici minuti.

Durante la prova scritta non è possibile usare né appunti (scritti a mano, fotocopiati, stampati, etc.) di nessuna natura né dispositivi elettronici. Gli studenti possono consultare esclusivamente e brevemente le copie del libro di testo (o di eventuali altri testi usati per la preparazione dell'esame) preventivamente poste sulla cattedra.

## Testi consigliati

- [1] Emilio N.M. Cirillo, “Lezioni di Meccanica Razionale per l’Ingegneria.” Edizioni CompoMat, 2012, Configni (Ri).
- [2] P. Benvenuti, P.G. Bordoni, G. Maschio, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).

## Testi suggeriti per eventuali approfondimenti

- [3] V.I. Arnold, “Metodi Matematici della Meccanica Classica.” Editori Riuniti, 1986.
- [4] P. Benvenuti, G. Maschio, “Esercizi di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2011, Configni (Ri).
- [5] A. Bichara, F. Dell’Isola, “Elementi di Algebra Tensoriale con Applicazioni alla Meccanica dei Solidi.” Società Editrice Esculapio, 2005, Bologna.
- [6] W.E. Deskins, “Abstract Algebra.” The MacMillian Company, 1964, New York.
- [7] G. Gallavotti, “Meccanica elementare.” Boringhieri, Torino, 1986.
- [8] H. Goldstein, C. Poole, J. Safko, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2005, Bologna.
- [9] L. Landau, E. Lifchitz, “Meccanica,” tomo 1 della collezione “Fisica Teorica.” Mir, 1964, Mosca.
- [10] T. Levi-Civita, U. Amaldi, “Lezioni di Meccanica Razionale.” Zanichelli, 1950, Bologna.
- [11] M. Lo Schiavo, “Appunti di Meccanica Razionale.” Edizioni CompoMat, 2010, Configni (Ri).
- [12] E. Olivieri, “Appunti di Meccanica Razionale.” UniTor, 1991, Roma.
- [13] J.R. Taylor, “Meccanica Classica.” Zanichelli, 2006, Bologna.

## Diario delle lezioni

Lezioni 1 – 4 (2 ottobre 2012)

A. Richiami ed esempi sulle strutture algebriche e sugli spazi vettoriali. Sottospazio lineare, sistema di generatori, sistema linearmente indipendente e base. Teorema sulle componenti controvarianti. Matrice del cambiamento di base. Regola di trasformazione per le componenti controvarianti. Spazi vettoriali pseudo-euclidei. Definizione, prodotto scalare, vettori ortogonali. Componenti covarianti e regola di trasformazione sotto cambiamento di base. Matrice metrica e relazione tra componenti covarianti e controvarianti.

Basi ortogonali e ortonormali. Cambiamento di basi tra basi ortonormali, matrici del gruppo  $O(n)$  e del sottogruppo  $SO(n)$ . Orientazione positiva o levogira. Spazi vettoriali euclidei. Norma o modulo di un vettore, vettori paralleli, proiezione ortogonale di un vettore. Spazio vettoriale euclideo tridimensionale, prodotto vettoriale e vettori assiali. Spazi affini, sottospazi, riferimenti cartesiani, coordinate cartesiane, assi coordinati, piani coordinati; esempio 1.4 sullo spazio affine  $\mathbb{R}^3$ . Spazi affini euclidei, distanza euclidea, semiretta, angolo convesso, funzione coseno e funzione seno, identità dell'uno trigonometrico, ampiezza dell'angolo, modulo del prodotto vettoriale, angoli orientati, coseni direttori.

Lezioni 5 – 8 (5 ottobre 2011)

**A.** Curve nello spazio affine: curve regolari, vettore tangente, ascissa curviline, versore tangente. Curve rettilinee, curvatura, raggio di curvatura, versore normale principale. Curva piana, curva sghemba, piano osculatore e sua interpretazione geometrica. Versore binormale, triedro principale, torsione e sua interpretazione geometrica, formule di Frenet. Esempi. Isometrie. Omomorfismo e isomorfismo tra gruppi. Omomorfismo e isomorfismo tra spazi vettoriali. Isometrie tra spazi vettoriali e conservazione del prodotto scalare. Isometrie affini e conservazione delle distanze, delle coordinate, degli angoli, del prodotto vettoriale.

Lezioni 9 – 12 (8 ottobre 2011)

**B.** Osservatore, posizione, moto, moti componenti, traiettoria, orbita, velocità, accelerazione, legge oraria, rappresentazione intrinseca. Spaziotempo newtoniano. Classificazione: moto rettilineo, moto piano, moto circolare, moto uniforme, moto uniformemente accelerato, moto vario. Esempi: moto del grave e moto armonico semplice, moto circolare, moto circolare uniforme, composizione di moti armonici, figure di Lissajou. Problema della parabola di sicurezza. Atlante, carta, coordinate curvilinee, coordinate cilindriche, rappresentazione cilindrica del moto. Coordinate polari e rappresentazione polare del moto.

Lezioni 13 – 15 (12 ottobre 2011)

**B.** Moto piano, velocità areolare nei moti piani, moto centrale, conservazione del momento angolare, conservazione della velocità areale. Componenti cilindriche della velocità e dell'accelerazione, formula di Binet. Moto centrale armonico. Moto kepleriano: traiettoria e problema di Cauchy. Leggi di Keplero, descrizione dell'orbita terrestre, velocità della Terra lungo l'orbita.

Lezioni 16 – 19 (16 ottobre 2011)

**C.** Trasformazione di coordinate euclidea, rotazione e traslazione. Angoli di Cardano e angoli di Eulero. Teorema di Eulero e asse della rotazione. Angolo di rotazione. Esempi.

Lezioni 20 – 23 (19 ottobre 2011)

**C.** Moto di trascinamento, riferimento fisso e mobile, punto e vettore solidale. Velocità angolare, regola di trasformazione, formule di Poisson, derivata di un vettore, esempi.

Classificazione dei moti di trascinamento. Quietè. Moto traslatorio, moto traslatorio uniforme, trasformazioni di Galileo.

Lezioni 24 – 27 (23 ottobre 2011)

**C.** Moto sferico. Moto rotatorio. Condizioni necessarie e sufficienti per i diversi moti; equazione della trasformazione di coordinate associata ai riferimenti fisso e mobile. Legge di composizione delle velocità angolari. Applicazioni: velocità angolare di un moto sferico in termini degli angoli di Eulero e di Cardano. Moto delle immagini dei punti solidali all'osservatore mobile: legge oraria, velocità e accelerazione. Moto assoluto e moto relativo di un elemento: relazione tra le equazioni componenti del moto assoluto e di quello relativo. Esempio: moto dei pianeti relativo alla Terra; moto retrogrado.

Lezioni 28 – 31 (26 ottobre 2011)

**C.** Teorema del moto relativo, velocità di trascinamento, esempio del pick-up tangenziale ed esempio della ruota panoramica. Teorema di Coriolis e accelerazione di Coriolis.

**D.** Sistema di particelle libere, richiami sulle leggi del moto per un sistema libero e isolato, leggi di Newton e principio di relatività galileano; sollecitazione interna. Sistema libero e non isolato; sollecitazione esterna. Moto rispetto a un osservatore non inerziale; sollecitazione fittizia, di trascinamento, di Coriolis e centrifuga.

Lezioni 32 – 35 (2 novembre 2011)

**D.** Sistema di elementi vincolato: reazione e sollecitazione vincolare. Sistemi soggetti a vincoli. Vincoli di posizione. Sistemi olonomi: coordinate lagrangiane, vincoli scleronomi, vincoli reonomi, gradi di libertà, coordinate lagrangiane essenziali, equazioni di vincolo, spostamento possibile, spostamento effettivo, spostamento virtuale.

Lezioni 36 – 39 (6 novembre 2011)

**D.** Vincoli unilaterali: configurazioni ordinarie e di confine, spostamento possibile e virtuale. Velocità lagrangiane. Vincoli anolonomi: vincolo integrabile e vincolo propriamente anolonomo. Modelli di vincolo. Vincolo ideale: lavoro elementare possibile, lavoro elementare virtuale, componenti lagrangiane della sollecitazione, lavoro elementare effettivo. Appoggio e appartenenza di un elemento a una superficie: coefficiente di attrito statico e dinamico, legge di Coulomb–Morin. Problema della statica e della dinamica dei sistemi vincolati. Equazione fondamentale della statica per sistemi liberi e per sistemi vincolati.

**E.** Discussione di alcuni problemi scelti di dinamica dell'elemento. Elemento libero isolato e non isolato: elemento libero rispetto a un osservatore inerziale e rispetto a uno in moto rotatorio uniforme, moto in presenza di campi elettrici.

Lezioni 40 – 43 (9 novembre 2011)

**E.** Elemento libero isolato e non isolato: moto in presenza di campi elettrici e magnetici, elemento libero sulla superficie terrestre, peso, effetto della forza di Coriolis sulla caduta del grave, caduta libera rispetto a osservatori in caduta libera. Il problema delle maree, effetto del Sole e della Luna. Elemento vincolato: guida liscia e scabra, guida rettilinea scabra inclinata.

Lezioni 44 – 47 (13 novembre 2011)

**E.** Pendolo semplice, pendolo cicloidale. Elemento appoggiato a una superficie liscia e scabra: superficie piana in moto rispetto a un osservatore terrestre, superficie sferica liscia (problema del distacco), statica dell'elemento appoggiato a una superficie sferica scabra. Oscillatore armonico smorzato, forzato e risonanza.

**F.** Quantità di moto, momento della quantità di moto o momento angolare, energia cinetica. Centro di massa, moto del centro di massa, velocità e accelerazione del centro di massa. Osservatore del centro di massa, legame tra le grandezze cinematiche del moto assoluto del sistema e del moto relativo all'osservatore del centro di massa.

Lezioni 48 – 51 (16 novembre 2011)

**F.** Equazioni globali della dinamica dei sistemi, leggi di conservazione per i sistemi isolati e liberi, sollecitazione autonoma, teorema del centro di massa. Seconda equazione globale con polo mobile.

**G.** Sistema olonomo a vincoli perfetti: velocità, accelerazione ed energia cinetica in termini delle coordinate lagrangiane, matrice di massa e relative proprietà. Definizione di momento coniugato. Principio di d'Alembert e prima forma delle equazioni di Lagrange. Deduzione della seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice. Deduzione della seconda forma delle equazioni di Lagrange e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema olonomo a vincoli perfetti. Esempi: pendolo semplice e pendolo sferico.

Lezioni 52 – 55 (20 novembre 2011)

**G.** Sistemi olonomi conservativi. Sollecitazioni conservative in senso lagrangiano, energia potenziale lagrangiana, equazioni di Lagrange per i sistemi olonomi conservativi. sollecitazioni a lavoro virtuale nullo, sollecitazioni posizionali, sollecitazioni conservative in senso proprio. Energia potenziale di una sollecitazione conservativa in senso proprio. Esempi: sollecitazione elastica esterna e interna, sollecitazione peso e sollecitazione centrifuga. Definizione di momento coniugato, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Relazione tra energia e energia generalizzata; variazione dell'energia generalizzata lungo i moti naturali. Integrali primi: momenti coniugati, energia meccanica generalizzata ed energia meccanica totale. Sollecitazioni giroscopiche e dissipative. Teorema di conservazione dell'energia meccanica in presenza di sollecitazioni giroscopiche. Funzione di Rayleigh e tasso di dissipazione. Esempio: oscillatore armonico smorzato e funzione di Rayleigh.

Lezioni 56 – 63 (27 novembre 2011)

**G.** Esempio: pendolo semplice, analisi qualitativa, calcolo della forza vincolare. Esempio: pendolo sferico, analisi qualitativa, moti particolari, calcolo della forza vincolare, problema del distacco.

**H.** Statica dei sistemi olonomi: principio dei lavori virtuali. Statica di sistemi olonomi a vincoli scleronomi: caso dei sistemi olonomi conservativi. Stabilità dell'equilibrio: definizione di equilibrio stabile e instabile, teorema di Dirichelet–Lagrange (senza dimostrazione), teorema di Liapunov (senza dimostrazione). Esempi: moto del pendolo

sottoposto all'azione di una forza elastica, moto del pendolo rotante rispetto all'osservatore terrestre e a quello non inerziale. Diagrammi di stabilità e biforcazione.

Lezioni 64 – 67 (30 novembre 2011)

**I.** Introduzione ai sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione, esempi. Sistemi meccanici conservativi unidimensionali, legge di conservazione, piano delle fasi, orbita o traiettoria di fase, ritratto delle fasi, punti fissi o critici, stabilità dei punti fissi, formula di quadratura, analisi qualitativa, curve di livello dell'energia generalizzata, periodo delle orbite periodiche, separatrice, orbite asintotiche, omoclina ed eteroclina. Campo di forza centrale, energia potenziale, analisi qualitativa del moto centrale, il caso kepleriano, condizione di periodicità delle orbite limitate. Il problema dei due corpi, massa ridotta.

**J.** Corpo rigido, riferimento solidale, elemento, retta, piano solidale, costanza delle distanze relative, rappresentazione cartesiana, numero di gradi di libertà, velocità angolare, velocità del generico elemento. Esempio: disco vincolato a un piano. Classificazione dei moti rigidi: traslatorio, sferico e rotatorio. Proprietà.

Lezioni 68 – 71 (4 dicembre 2011)

**J.** Atto di moto rigido, formula fondamentale della cinematica rigida, trinomio invariante. Classificazione dell'atto di moto rigido: traslatorio e rotatorio. Asse istantaneo di rotazione. Teorema di Mozzi e asse di Mozzi. Moto rigido di contatto, velocità di strisciamento, atto di moto senza strisciamento, di puro rotolamento e di imperniamento. Velocità assoluta e relativa del punto di contatto. Vincolo di assenza di strisciamento come vincolo anolonomo integrabile e non integrabile. Esempi: ruota sulla rotaia rettilinea, ruota sulla rotaia circolare, sfera appoggiata sul piano.

Lezioni 72 – 75 (7 dicembre 2011)

**J.** Esempi: cilindro appoggiato su un piano e cono appoggiato su un piano. Moto rigido piano: definizione. Proprietà dell'atto di moto rigido di un moto rigido piano. Moto rigido piano: centro di istantanea rotazione. Teorema di Chasles. Base e rulletta, moto rigido piano come moto rigido di contatto. L'ellissografo. Coni di Poinsot. Moto rigido di precessione: asse di precessione, asse di figura, velocità angolare di precessione, precessione diretta e retrograda, precessione regolare. Precessione di un vettore, momento di dipolo magnetico di un sistema di particelle, precessione di Larmor.

**K.** Centro di massa di un corpo rigido, proprietà di ubicazione, corpi forati. Momento d'inerzia di un corpo rigido, Teorema di Huygens, proprietà di additività e corpi forati.

Lezioni 76 – 81 (11 dicembre 2011)

**K.** Matrice d'inerzia, prodotti d'inerzia, tensore d'inerzia, diagonalizzazione del tensore d'inerzia, riferimento, assi e momenti principali d'inerzia, riferimento, assi e momenti centrali d'inerzia, corpi a simmetria sferica, corpi a simmetria cilindrica o giroscopica, matrice d'inerzia per i corpi piani, proprietà di simmetria della distribuzione della massa e assi principali d'inerzia, ellissoide d'inerzia. Energia cinetica di un corpo in moto rigido; esempi: cilindro che rotola senza strisciare e cono che rotola senza strisciare. Energia cinetica e momento totale della quantità di moto di un corpo rigido in moto sferico.

**L.** Modelli di vincolo perfetto per i sistemi rigidi: rotolamento senza strisciamento, appoggio liscio, giunto ideale, cerniera ideale e collare cilindrico. Applicazione del formalismo lagrangiano ai sistemi rigidi. Esempi: moto rotatorio di un corpo rigido pesante sottoposto a una forza elastica rispetto a un osservatore terrestre e a uno non inerziale, moto di una sbaretta pesante vincolata mediante uno snodo liscio e sottoposta all'azione di una forza elastica, moto del bipendolo (rimandato alla lezione successiva), moto di puro rotolamento di un cilindro rispetto a un osservatore terrestre e rispetto a un osservatore non inerziale, sistemi con sollecitazioni dipendenti dal tempo.

Lezioni 82 – 85 (14 dicembre 2011)

**M.** Equazioni cardinali della dinamica rigida e loro sufficienza per la descrizione dei moti del sistema libero. Equazioni cardinali della statica rigida. Equazioni di Eulero. Proprietà generali delle sollecitazioni. Sollecitazioni equivalenti, esempio della sollecitazione peso e di quella centrifuga.

**L.** Problema del bipendolo.

Lezioni 86 – 89 (18 dicembre 2011)

**L.** Ancora sul problema del bipendolo.

**M.** Corpo rigido libero e vincolato. Equazioni cardinali della dinamica e della statica per il corpo rigido vincolato. Moto di un corpo rigido con un asse fisso, cerniera ideale, bilanciamento statico e dinamico. Moto di un corpo rigido con un punto fisso, moti alla Poincaré, conservazione del momento totale della quantità di moto, conservazione dell'energia cinetica, teorema di Poincaré, rotazioni permanenti.

Lezioni 90 – 93 (21 dicembre 2011)

**M.** Moti alla Poincaré di solidi a simmetria sferica e giroscopica. Stabilità delle rotazioni permanenti. Corpo rigido appoggiato, rotolamento senza strisciamento di una sfera su un piano e di un disco con centro di massa eccentrico in un piano verticale.