

Appello del

8 Gennaio 2013

Cognome e nome (in stampatello)

Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Calcolare

$$\iint_D x \sin(x^2 + y^2 - 2y + 1)^{3/2} dx dy,$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x^2 + y^2 - 2y \leq \pi^{2/3} - 1, |y - 1| \leq x\}$.

2. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[1 + \sin \frac{1}{(n+2)^2} \right]^{\frac{1}{\log\left(1 + \frac{1}{n}\right) - \sin\left(\frac{1}{n}\right)}}.$$

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 2e^{\alpha^2 x}.$$

4. Determinare massimi e minimi relativi e assoluti della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = y(x+1)^2 - 4y.$$

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni di numeri reali positivi tali che $a_n = o\left(\frac{1}{n}\right)$ e $b_n \sim \frac{1}{\sqrt{n}}$. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono corrette e fornire un controesempio per quelle errate.

- | | |
|---|--|
| (A) $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n b_n$ converge; | (B) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^2}{b_n^2}$ converge; |
| (C) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{a_n^2}{b_n^2}$ non converge assolutamente; | (D) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{b_n^2}{a_n^2}$ diverge. |

