| ANALISI I (h. 2.30)<br><br>Appello del<br><br>**5 Giugno 2014** | **10 CFU - TEMA**<br><br>Cognome e nome (in stampatello)<br><br>Corso di laurea in Ingegneria Energetica |
|---|---|

**1.** Studiare la convergenza semplice e assoluta, per $x \in \mathbb{R}$, della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n \log^2(n+1)} \left( \frac{2x}{x^2+1} \right)^n .$$

---

**2.** Calcolare

$$\iint_D y \, \frac{e^{\sqrt{x+1}}}{\sqrt{x+1}} \, dx \, dy \, ,$$

dove $D$ è il dominio definito da $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ 1 \le y \le 2, \ 0 \le x \le y^4 - 1\}$ .

---

**3.** Determinare la soluzione del seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y(x)y'(x) = \dfrac{y^2(x)+1}{x^2+4} \, , \\ y(0) = \sqrt{2} \, . \end{cases}$$

---

**4.** Studiare la continuità e la derivabilità in $x = 1/2$ della funzione $f : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ definita da

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{(2x-1)^3} & \text{se } x \ge 1/2, \\ \dfrac{\sin^2(2 \log 2x)}{2x-1} & \text{se } 0 < x < 1/2, \end{cases}$$

---

**5.** Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una funzione tale che $f(x) \sim \frac{1}{x^2}$ per $x \to +\infty$ . Stabilire quali tra le seguenti affermazioni sono vere, giustificando la risposta, e fornire un controesempio per quelle false:

$$A) \ \sum_{n=0}^{+\infty} n^2 f(\sqrt{n}) \ \text{ converge;}$$

$$B) \ \sum_{n=0}^{+\infty} n f^2(\sqrt{n}) \ \text{ diverge;}$$

$$C) \ \sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{n} f^2(\sqrt{n}) \ \text{ converge.}$$