ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2014**	**10 CFU - TEMA** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare campo d'esistenza, limiti alla frontiera ed eventuali asintoti della funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{e^{-t}}{1+t^4}\,dt\,.$$

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sin(n^{-2/3})}{n^{\alpha^2-2}}\,.$$

---

3. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''(x) + 2y'(x) + 3y(x) = 2e^{-x}\,, \\ y(0) = 1\,, \\ y'(0) = 2\,. \end{cases}$$

---

4. Calcolare

$$\iint_Q \arctan y\,dx\,dy\,,$$

dove $Q = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \;:\; 0 \le x \le 1\,,\; 0 \le y \le x\}\,.$

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^4}{b_n}$ converge; (B) se $\displaystyle\frac{a_n}{b_n} = o\left(\frac{1}{n}\right) \implies \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^4}{b_n}$ diverge; (D) se $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge $\implies \displaystyle\frac{a_n}{b_n} = o(1)\,.$