ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2014**	**9 CFU - TEMA A** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|\mathrm{e}^{i(z^2+z)}| = 3\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sinh(n^{\alpha-2/3})}{n^{\alpha^2-2}}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + 3y(x) = 2\mathrm{e}^{(\alpha-2)x}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni infinitesime per $x \to +\infty$.

---

4. Calcolare

$$\int_0^1 \arctan\left|\frac{3x-2}{x+6}\right|\,dx\,.$$

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

$$(A)\quad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n^4}{b_n}\ \text{converge;}\qquad (B)\quad \text{se}\ \frac{a_n}{b_n} = o\left(\frac{1}{n}\right) \Longrightarrow \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{b_n}\ \text{converge;}$$

$$(C)\quad \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n^4}{b_n}\ \text{diverge;}\qquad (D)\quad \text{se}\ \sum_{n=1}^{+\infty}\frac{a_n}{b_n}\ \text{converge} \Longrightarrow \frac{a_n}{b_n} = o\,(1)\,.$$

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2014**	**9 CFU - TEMA B** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|\mathrm{e}^{-i(z^2+z)}| = 2\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\tanh\left(\frac{1}{n^{1-\alpha^2}}\right)}{n^{3-\alpha}}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) + 6y(x) = 2\mathrm{e}^{(3-\alpha)x}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni infinitesime per $x \to -\infty$.

---

4. Calcolare

$$\int_0^1 \log\left(1 + \left|\frac{2x-1}{x+1}\right|\right)\,dx\,.$$

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinite di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

(A) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n^4}$ converge; (B) se $a_n \sim b_n^2 \implies \displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge;

(C) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n^4}$ diverge; (D) se $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ diverge $\implies a_n \sim b_n^2$.

ANALISI I (h. 2.30) Appello del **10 Gennaio 2014**	**9 CFU - TEMA C** Cognome e nome (in stampatello) Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|e^{-i(z^2-z)}| = 5\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{2/5-\alpha}}{\tanh\left(\frac{1}{n^{4-\alpha^2}}\right)}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 4y'(x) + 8y(x) = -2e^{(\alpha-3)x}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni infinitesime per $x \to -\infty$.

---

4. Calcolare

$$\int_{-2}^{0} \log\left(1 + \left|\frac{x+1}{2x-1}\right|\right)\,dx\,.$$

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinite di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

$$(A)\quad \text{se } \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ diverge} \Longrightarrow a_n \sim b_n^2; \qquad (B)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n^4} \text{ diverge;}$$

$$(C)\quad \text{se } a_n \sim b_n^2 \Longrightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n} \text{ diverge;} \qquad (D)\quad \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n^4} \text{ converge.}$$

ANALISI I (h. 2.30)	**9 CFU - TEMA D**
Appello del	Cognome e nome (in stampatello)
10 Gennaio 2014	Corso di laurea in Ingegneria Energetica

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$|e^{i(z^2-z)}| = 4\,,$$

e rappresentarle nel piano complesso.

---

2. Stabilire, al variare del parametro reale α il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sinh(n^{1-\alpha})}{n^{6-\alpha^2}}\,.$$

---

3. Determinare, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) + 5y(x) = -2e^{(2-\alpha)x}\,.$$

Determinare, inoltre, le eventuali soluzioni infinitesime per $x \to +\infty$.

---

4. Calcolare

$$\int_{-7}^{0} \arctan\left|\frac{x+6}{3x-2}\right|\,dx\,.$$

---

5. Siano $\{a_n\}$ e $\{b_n\}$ due successioni infinitesime di numeri reali positivi. Stabilire, giustificando la risposta, quali delle seguenti affermazioni sono vere e fornire un controesempio per quelle false:

(A) se $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge $\Longrightarrow \displaystyle\frac{a_n}{b_n} = o\,(1)\,;$

(B) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^4}{b_n}$ diverge;

(C) se $\displaystyle\frac{a_n}{b_n} = o\left(\frac{1}{n}\right) \Longrightarrow \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n}{b_n}$ converge;

(D) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{a_n^4}{b_n}$ converge.