

Argomenti di teoria

Operazioni sui grafici di funzione: caso $y = f(x) + a$, $y = f(x + a)$, $y = kf(x)$, $y = f(kx)$, $y = |f(x)|$, $y = f(|x|)$. Proprietà generali sulle funzioni.

Esercizi

Esercizio 1. Utilizzando le trasformazioni sui grafici di funzione, tracciare il grafico di:

(i) $-\sqrt{-x}$;

(ii) $\frac{1}{2} \sin(x + 1)$;

(iii) $|\cos(\pi x)|$;

(iv) $\cos^2(\pi x)$;

(v) $|e^{|x|} - 2|$.

Esercizio 2. Stabilire se le seguenti funzioni sono periodiche e, ove possibile, stabilirne il periodo.

(i) $f(x) = \sin^2 x + 2 \tan \frac{x}{4}$;

(ii) $h(x) = f(x) + g(x)$, con $f(x) = \sin x$ e $g(x) = \sin 2x - \sin x$;

(iii) $f(x) = \sin 4x + \cos \pi x$;

(iv) $f(x) = 3^{\cos x}$;

Esercizio 3. Individuare per quali valori di x la seguente coppia di funzioni è componibile nell'ordine $g \circ f$ e scrivere, per tali valori di x , la funzione composta

(i) $f(x) = \sin x$, $g(x) = \sqrt{x}$;

Ulteriori esercizi

Esercizio 1. Utilizzando le trasformazioni sui grafici di funzione, tracciare il grafico di:

- (i) $\sin x + 2$;
- (ii) $\sin(x + 2)$;
- (iii) $2 \sin x$;
- (iv) $|\sin \frac{x}{2}|$;
- (v) $\frac{1}{2} \sin(\frac{x+2}{2})$;
- (vi) $3 \cos(4x)$;
- (vii) $\sin |x|$;
- (viii) $e^x + 3$;
- (ix) e^{x+3} ;
- (x) $|e^x|$;
- (xi) $e^{|x|}$;
- (xii) $\sqrt{x+1} + 1$;
- (xiii) $\sqrt{|x|}$;
- (xiv) $|\sqrt{|x|} - 1|$;
- (xv) $|\log x|$;
- (xvi) $\log |x|$.

Esercizio 2. Individuare per quali valori di x le seguenti coppie di funzioni sono componibili nell'ordine $g \circ f$ e scrivere, per tali valori di x , la funzione composta:

- (i) $f(x) = x + 1, \quad g(x) = x^2 + 2$;
- (ii) $f(x) = -\sqrt{x}, \quad g(x) = \log x$;
- (iii) $f(x) = e^x, \quad g(x) = \sqrt{x}$;
- (iv) $f(x) = x^2 - 6x - 1, \quad g(x) = \frac{1}{x-3}$.

Esercizio 3. Semplificare le seguenti scritte nell'intervallo indicato utilizzando un'unica funzione:

- (i) $\sqrt{x^2}$ in \mathbb{R} ;
- (ii) $(\sqrt{x})^2$ in $[0, +\infty)$;
- (iii) $\log e^x$ in \mathbb{R} ;
- (iv) $e^{\log x}$ in $(0, +\infty)$;
- (v) $\sin(\arcsin x)$ in $[-1, 1]$;
- (vi) $\arcsin(\sin x)$ in $[-\pi/2, \pi/2]$;
- (vii) $\arcsin(\sin x)$ in $[\pi/2, \frac{3}{2}\pi]$;

(viii) $\cos(\arccos x)$ in $[-1, 1]$;

(ix) $\arccos(\cos x)$ in $[0, \pi]$;

(x) $\arccos(\cos x)$ in $[\pi, 2\pi]$;

(xi) $\tan(\arctan x)$ in \mathbb{R} ;

(xii) $\arctan(\tan x)$ in $(-\pi/2, \pi/2)$;

(xiii) $\arctan(\tan x)$ in $(\pi/2, \frac{3}{2}\pi)$;

Esercizio 4. Tracciare un grafico delle seguenti funzioni:

(i) $\arcsin(\sin x)$;

(ii) $\arccos(\cos x)$;

(iii) $\arctan(\tan x)$;