

Sapienza Università di Roma
Ingegneria Energetica, Ingegneria Meccanica
Analisi Matematica 1
Dott. Ezio Di Costanzo

Esercizio 1¹. Stabilire, eventualmente al variare dei parametri, il carattere delle seguenti serie numeriche:

- (i) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{e^{\sin^3 \frac{1}{\sqrt[3]{n}}} - 1}{\sqrt[3]{n}} \right)$;
- (ii) $\sum_{n=2}^{+\infty} \sin \frac{1}{n^\alpha} \log \left(2 - e^{\frac{1}{n}} \right)$, $\alpha \in \mathbb{R}^+$;
- (iii) $\sum_{n=0}^{+\infty} [\log(x-1)]^n$, $x \in (1, +\infty)$;
- (iv) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(\cosh \frac{n^2+n}{n^3+3} - 1 \right)^x$, $x \in \mathbb{R}$;
- (v) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^{n-1} \frac{\log n}{n}$;
- (vi) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{e^{n(x^2+x-1)}}{2n}$, $x \in \mathbb{R}$;
- (vii) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n \cos n}{3n^2 + 2\sqrt{n}}$.

Ulteriori esercizi

Esercizio 1. Stabilire il carattere delle seguenti serie numeriche:

- (i) $\sum_{n=2}^{+\infty} \left(n - \sqrt[3]{n^3 - 2n} \right)^x$ [converge se $x > 1$, diverge se $x \leq 1$];
- (ii) $\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{n \log n + \sin n}{n^2 + 5}$ [converge];
- (iii) $\sum_{n=1}^{+\infty} \sqrt{n} \frac{\cos \pi n}{n^3 + 3}$ [converge];
- (iv) $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \left(3^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$ [converge];

¹In parte da <http://www.sbai.uniroma1.it/persone/micol.amar>

$$(v) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{((\log_2 x)^2 - 3)^n}{n^{\sqrt{2}+3}}, \quad x \in \mathbb{R}^+ \quad \left[\text{se } 1/4 \leq x \leq 2^{-\sqrt{2}} \vee 2^{\sqrt{2}} \leq x \leq 4 \text{ converge,} \right. \\ \left. \text{se } 0 < x < 1/4 \vee x > 4 \text{ diverge a } +\infty, \text{ se } 2^{-\sqrt{2}} < x < 2^{\sqrt{2}} \text{ non converge} \right];$$

Esercizio 2. Verificare che la seguente serie numerica converge e calcolarne esplicitamente la somma.

$$(i) \sum_{n=1}^{+\infty} \left(\frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2+n}} \right) \quad [\text{converge e ha per somma } S = 1];$$