CALCOLO DIFF. e INT./A	cognome e nome	firma
appello del 19 febbraio 2008		

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 + iz - i\frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - y'(x) - 2y(x) = 0\,.$$

1. Determinare l'integrale generale.
2. Determinare, qualora esistano, le soluzioni della precedente equazione differenziale che soddisfano le due condizioni

$$y(0) = 1 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} y(x) = 0\,.$$

---

3. Calcolare

$$\int_0^{\log 2} \mathrm{e}^{3x}\,\frac{[\log(\mathrm{e}^{3x}+1)]^5}{(\mathrm{e}^{3x}+1)}\;dx\,.$$

---

4. Determinare il campo di esistenza E della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\arcsin\left(\sqrt[3]{x^2+y^2}\right)}{\log(1+2x)}\,.$$

Stabilire, motivando la risposta, se

1. E è aperto;	2. E è chiuso;
3. E è limitato;	4. E è connesso.

---

5. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp[\sin(1/\sqrt{n})] - 1}{n}\,.$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(-1,0) = 3$ e $\nabla f(-1,0)$ è nullo. Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni se è corretta o meno, giustificando la risposta o fornendo un controesempio:

a) può accadere che f non abbia limite per $(x,y) \to (0,0)$;

b) se $v = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, allora $D_v f(-1,0) = 0$;

c) il punto $(-1,0)$ è un estremante per f in $\mathbb{R}^2$;

d) il piano $z = 3$ è tangente al grafico di f nel punto $(-1,0)$.

Tempo: 3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./B appello del 19 febbraio 2008	cognome e nome firma

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 - z - i\frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) - y'(x) - 6y(x) = 0\,.$$

1. Determinare l'integrale generale.
2. Determinare, qualora esistano, le soluzioni della precedente equazione differenziale che soddisfano le due condizioni

$$y(0) = -2 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to-\infty} y(x) = 0\,.$$

---

3. Calcolare

$$\int_1^{\mathrm{e}} \frac{\sin^4\left(\frac{\pi}{2}\log x + \pi\right)\,\cos\left(\frac{\pi}{2}\log x + \pi\right)}{x}\,dx\,.$$

---

4. Determinare il campo di esistenza E della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\log(1-3y)}{x\,\arccos\left(\sqrt[5]{x^2+y^2}\right)}\,.$$

Stabilire, motivando la risposta, se

1. E è aperto;
2. E è chiuso;
3. E è limitato;
4. E è connesso.

---

5. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1/\sqrt{n^3}}{\sin\left[\exp(1/n) - 1\right]}\,.$$

---

6. Sia $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione non negativa tale che $f(0,0) = 0$, $\nabla f(0,0)$ è nullo ed f è continua in $(1,1)$. Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni se è corretta o meno, giustificando la risposta o fornendo un controesempio:

a) il piano $z = 0$ è tangente al grafico di f nel punto $(0,0)$;

b) può accadere che f non abbia limite per $(x,y) \to (1,1)$;

c) f è continua nell'origine;

d) il punto $(0,0)$ è un estremante assoluto per f in $\mathbb{R}^2$.

Tempo: 3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./C appello del 19 febbraio 2008	cognome e nome firma

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 + z + i\frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) + 2y'(x) - 3y(x) = 0\,.$$

1. Determinare l'integrale generale.
2. Determinare, qualora esistano, le soluzioni della precedente equazione differenziale che soddisfano le due condizioni

$$y(0) = -1 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to-\infty} y(x) = 0\,.$$

---

3. Calcolare

$$\int_1^{\sqrt{e}} \frac{\cos^3(\pi\log x + \pi)\,\sin(\pi\log x + \pi)}{x}\,dx\,.$$

---

4. Determinare il campo di esistenza E della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\log(4y+1)}{y\ \arccos\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)}\,.$$

Stabilire, motivando la risposta, se

1. E è aperto;
2. E è chiuso;
3. E è limitato;
4. E è connesso.

---

5. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1/n}{\sin\left[\exp(1/\sqrt[4]{n}) - 1\right]}\,.$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione non negativa tale che $f(0,0) = 0$, $\nabla f(0,0)$ è nullo ed f è continua in $(1,1)$. Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni se è corretta o meno, giustificando la risposta o fornendo un controesempio:

a) il punto $(0,0)$ è un estremante assoluto per f in $\mathbb{R}^2$;
b) f è continua nell'origine;
c) il piano $z = 0$ è tangente al grafico di f nel punto $(0,0)$;
d) può accadere che f non abbia limite per $(x,y) \to (1,1)$.

Tempo: 3 ore

CALCOLO DIFF. e INT./D appello del 19 febbraio 2008	cognome e nome firma

1. Determinare le soluzioni $z \in \mathbb{C}$ dell'equazione

$$z^2 - iz + i\frac{\sqrt{3}}{4} = 0$$

ed esprimerle in forma algebrica.

---

2. Si consideri l'equazione differenziale

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0\,.$$

1. Determinare l'integrale generale.
2. Determinare, qualora esistano, le soluzioni della precedente equazione differenziale che soddisfano le due condizioni

$$y(0) = 2 \qquad \text{e} \qquad \lim_{x\to+\infty} y(x) = 0\,.$$

---

3. Calcolare

$$\int_0^{\frac{1}{2}\log(\mathrm{e}^2-2)} \mathrm{e}^{2x}\,\frac{[\log(2+\mathrm{e}^{2x})]^2}{(2+\mathrm{e}^{2x})}\,dx\,.$$

---

4. Determinare il campo di esistenza E della funzione definita da

$$f(x,y) = \frac{\arcsin\left(\sqrt[4]{x^2+y^2}\right)}{\log(1-4x)}\,.$$

Stabilire, motivando la risposta, se

1. E è aperto;	2. E è chiuso;
3. E è limitato;	4. E è connesso.

---

5. Stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp[\sin(1/n)] - 1}{\sqrt{n}}\,.$$

---

6. Sia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ una funzione differenziabile tale che $f(-1,0) = 3$ e $\nabla f(-1,0)$ è nullo. Stabilire per ognuna delle seguenti affermazioni se è corretta o meno, giustificando la risposta o fornendo un controesempio:

a) il punto $(-1,0)$ è un estremante per f in $\mathbb{R}^2$;

b) se $v = (1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$, allora $D_v f(-1,0) = 0$;

c) il piano $z = 3$ è tangente al grafico di f nel punto $(-1,0)$;

d) può accadere che f non abbia limite per $(x,y) \to (0,0)$.

Tempo: 3 ore