

**ANALISI I**  
**INGEGNERIA CHIMICA N.P.**  
**20/07/2015**

9 crediti

Nome e Cognome:.....  
Matricola:.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1. Individuare tutte le soluzioni nel campo complesso  $\mathbb{C}$  dell'equazione:

$$z^{11} - 2iz^6 - 2z = 0$$

e disegnare il luogo del piano individuato da tali soluzioni.

**2.** Enunciare un teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy per un'equazione del primo ordine in forma normale. Verificare se tutte le ipotesi sono verificate nel seguente esempio specificando l'intervallo aperto di  $\mathbb{R}^2$  in cui si considera il dato:

$$\begin{cases} y' = \frac{2(y^2+1)\log x}{x}, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

**3** . Individuare la soluzione del problema di Cauchy indicato nell'esercizio precedente e specificare l'intervallo massimale (di  $\mathbb{R}$ ) in cui esiste la soluzione.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \begin{cases} 3e^x, & x \geq 0 \\ e^{2/x} + 3, & x < 0, \end{cases}$$

- a) specificare l'insieme in cui la funzione risulta continua
- b) specificare l'insieme in cui la funzione risulta derivabile,
- c) individuare le coordinate degli eventuali punti di massimo relativo e assoluto e degli eventuali punti di minimo relativo e assoluto,
- d) specificare l'insieme in cui la funzione risulta convessa,
- e) individuare le coordinate degli eventuali punti di flesso
- f) specificare il codominio (cioè l'immagine  $f(\mathbb{R})$ )
- g) disegnare il grafico.

5. Trovare la primitiva  $F$  della funzione  $f(x) = 3x^2 \log(x^2 - 1)$  tale che  $F(-2) = \log 3 + \frac{16}{3}$ .