

ANALISI I br.
INGEGNERIA CHIMICA N.P.
20/01/2016

9 crediti

Nome e Cognome:.....
Matricola:.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1. Individuare tutte le soluzioni nel campo complesso \mathbb{C} dell'equazione:

$$z^3 + i \operatorname{Arg}(z)|z|^2 = 0$$

scrivetele in forma algebrica e trigonometrica e disegnare il luogo del piano individuato da tali soluzioni.

2. Enunciare un teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy per un'equazione differenziale del primo ordine in forma normale. Verificare se, nel seguente esempio, tutte le ipotesi sono soddisfatte specificando l'intervallo aperto di \mathbb{R}^2 in cui si considera il problema:

$$\begin{cases} y' = \frac{1+y^4}{2(x+2)y^3}, \\ y(0) = -1. \end{cases}$$

3 . Individuare la soluzione del problema di Cauchy indicato nell'esercizio precedente e specificare l'intervallo massimale (di \mathbb{R}) in cui esiste la soluzione.

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \int_0^{x^2} e^{s^2} ds$$

- a) specificare l'insieme di definizione (cioè il dominio) della funzione
- b) specificare l'insieme in cui la funzione risulta continua
- c) specificare l'insieme in cui la funzione risulta derivabile,
- d) individuare le coordinate degli eventuali punti di massimo relativo e assoluto e degli eventuali punti di minimo relativo e assoluto,
- e) specificare l'insieme in cui la funzione risulta convessa,
- f) specificare il codominio (cioè l'immagine $f(\mathbb{R})$)
- g) disegnare il grafico.

5. Studiare, al variare del parametro $x \in \mathbb{R}$, la convergenza semplice ed assoluta della serie

$$\sum_{n=0}^{\infty} (2x - 1)^n \sin\left(\frac{n^2 + 1}{n^3 + 1}\right).$$