

ANALISI I
INGEGNERIA CHIMICA N.P.
18/04/2016

9 crediti

Nome e Cognome:.....
Matricola:.....

Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.

1. Scrivere il polinomio di Taylor del terzo ordine con punto iniziale l'origine, della funzione:

$$f(x) = \int_0^x t^2 e^{t^2} dt$$

e fare una valutazione del resto nell'intervallo $[0, 1/2]$.

2. Considerare il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \sin((y - 5)x^2) \\ y(1) = 3. \end{cases}$$

Discutere l'esistenza e la regolarità della soluzione, specificare se c'è esistenza globale o solo locale, enunciare i teoremi applicati verificando in modo esplicito e dettagliato se le ipotesi sono soddisfatte dal problema sopra indicato. Infine dimostrare (senza trovare la soluzione) che la soluzione è sempre minore di 5.

3 Individuare i valori del parametro x per cui risulta convergente la successione :

$$f_n(x) = \left\{ \frac{(n + x^2)^2}{n^2} \right\}^n.$$

e precisare il valore del limite (in funzione del parametro x).

4. Studiare la funzione

$$f(x) = \ln(e^{|x|} - 2)$$

- a) specificare l'insieme di definizione
- b) specificare l'insieme in cui risulta derivabile,
- c) individuare le coordinate dei punti di massimo relativo e assoluto e dei punti di minimo relativo e assoluto,
- d) specificare il codominio,
- e) disegnare il grafico.

5 Trovare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + \frac{y'}{x} - 4\frac{y}{x^2} = x^2 \\ y(1) = 0, \\ y'(1) = 0. \end{cases}$$

Individuare poi un intervallo contenente il punto $x = 2$ in cui la soluzione esiste ed è di classe C^1 .