

**ANALISI I**  
**INGEGNERIA CHIMICA N.P.**  
**10/11/2016**

9 crediti

Nome e Cognome:.....  
Matricola:.....

**Risolvere per esteso i seguenti esercizi, motivando adeguatamente i procedimenti seguiti e mettendo in evidenza ogni risposta.**

1. Risolvere l'equazione complessa

$$\left(\operatorname{Arg} z - \frac{\pi}{6}\right) \left((4 + 3i)z - 5\right) = 0,$$

e disegnarne le soluzioni nel piano complesso.

**2.** Enunciare un teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy per un'equazione del primo ordine in forma normale. Verificare se tutte le ipotesi sono verificate nel seguente esempio specificando l'intervallo aperto di  $\mathbb{R}^2$  in cui si considera il dato:

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2 + 1}{\sqrt{1 - x^2}}, \\ y(0) = \sqrt{3}. \end{cases}$$

**3** . Individuare la soluzione del problema di Cauchy indicato nell'esercizio precedente e specificare l'intervallo massimale (di  $\mathbb{R}$ ) in cui esiste la soluzione.

4. Studiare la funzione al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} |x|^\alpha \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0 & x = 0, \end{cases}$$

- a) specificare l'insieme in cui la funzione risulta continua al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$
- b) specificare l'insieme in cui la funzione risulta derivabile, al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$
- c) specificare l'insieme in cui la funzione risulta di classe  $C^1$  al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ .

5. Calcolare l'integrale

$$\int_{-1}^2 |x^2 - x| dx.$$