

# Esercitazione di Geometria

30 Novembre 2017

**Esercizio 1.** Studiare il seguente sistema lineare nelle incognite  $x, y, z$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$ :

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 6 \\ x - 2y - z = k - 2 \\ x + ky + z = k + 2 \end{cases}$$

**Esercizio 2.** Calcolare  $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n$  dove  $A := \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

**Esercizio 3.** Si considerino i seguenti punti di  $\mathbb{R}^2$ :

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad P_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad P_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}.$$

1. Trovare equazioni parametriche e cartesiane per la retta  $r_1$  passante per  $P_1$  e  $P_2$  e per la retta  $r_2$  passante per  $P_3$  e  $P_4$ .
2. Calcolare l'angolo tra  $r_1$  ed  $r_2$  e stabilire se le due rette si intersecano.
3. Trovare l'intersezione  $P_5$  tra  $r_1$  ed  $r_2$ .
4. Sia  $r_3$  la retta di giacitura di  $r_1$ . Scrivere la matrice di riflessione  $Q$  rispetto alla retta  $r_3$ .
5. Calcolare l'area del triangolo di vertici  $Q(P_1), Q(P_3), Q(P_5)$ .

**Esercizio 4.** Si considerino le seguenti rette di  $\mathbb{R}^3$ :

$$r_1 : \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x - z = 0 \end{cases} ; \quad r_2 : \begin{cases} x = 1 \\ z - y = 1 \end{cases} .$$

1. Stabilire la posizione reciproca di  $r_1$  ed  $r_2$  nello spazio.
2. Trovare equazioni parametriche e cartesiane del piano contenente le rette di giacitura di  $r_1$  ed  $r_2$ .
3. Calcolare la distanza tra  $r_1$  ed  $r_2$ .

**Esercizio 5.** Stabilire per quali  $k \in \mathbb{R}$  i tre vettori  $v_1 = (1, k, k)^t$ ,  $v_2 = (2, 1, 3)^t$  e  $v_3 = (-1, 2, 1)^t$  di  $\mathbb{R}^3$  sono linearmente indipendenti.