Seconda Gara di sistemi lineari (25/10/2017)

Il sistema assegnato è

```
X=sym('X',[1,5])
```

X = $\begin{pmatrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 & X_5 \end{pmatrix}$

```
syms k
eqn1=X(1)-2*X(3)+X(4)==1
```

eqn1 = $X_1 - 2\,X_3 + X_4 = 1$

```
eqn2=k*X(1)+X(2)+(1-2*k)*X(3)+k*X(4)+X(5)==1
```

eqn2 = $X_2 + X_5 + X_1\,k + X_4\,k - X_3\,\left(2\,k - 1\right) = 1$

```
eqn3=X(1)+k*X(2)+(k-2)*X(3)+(1+k)*X(4)+(2*k)*X(5)==k
```

eqn3 = $X_1 + X_2\,k + 2\,X_5\,k + X_3\,\left(k - 2\right) + X_4\,\left(k + 1\right) = k$

La matrice dei coefficienti A e la matrice dei termini noti sono

```
[A b]=equationsToMatrix(eqn1,eqn2,eqn3,X)
```

A =

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ k & 1 & 1-2\,k & k & 1 \\ 1 & k & k-2 & k+1 & 2\,k \end{pmatrix}$$

b =

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ k \end{pmatrix}$$

Se $k \neq 0$, la decomposizione LU di A

```
[L U]=lu(A)
```

L =

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ k & 1 & 0 \\ 1 & k & 1 \end{pmatrix}$$

U =

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & k & k \end{pmatrix}$$

(avremmo anche potuto prendere le matrice U avente 1 al posto di k sull'ultima riga e L avente k sull'ultima colonna al posto dell'1).

Il sistema LY=b ammette l'unica soluzione

```
Y=linsolve(L,b)
```

```
Y =
```

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1-k \\ k^2-1 \end{pmatrix}$$

Troviamo una soluzione particolare del sistema UX=Y

```
X0=linsolve(U,Y)
```

```
Warning: The system is rank-deficient. Solution is not unique.
X0 =
```

$$\begin{pmatrix} \frac{-k^2+k+1}{k} \\ 1-k \\ 0 \\ \frac{k^2-1}{k} \\ 0 \end{pmatrix}$$

e troviamo le soluzioni base del sistema omogeneo associato UX=0

```
Z=null(U);
X1=Z(:,1)
```

```
X1 =
```

$$\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

```
X2=Z(:,2)
```

```
X2 =
```

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Le soluzioni del sistema AX=b per $k \neq 0$ sono quindi

```
X0+X(3)*X1+X(5)*X2
```

```
ans =
```

$$\begin{pmatrix} 2\,X_3 + X_5 + \frac{-k^2 + k + 1}{k} \\ 1 - X_5 - k - X_3 \\ X_3 \\ \frac{k^2 - 1}{k} - X_5 \\ X_5 \end{pmatrix}$$

Se k=0 la matrice A e la matrice b diventano

```
k=0;
eqn1=X(1)-2*X(3)+X(4)==1;
eqn2=k*X(1)+X(2)+(1-2*k)*X(3)+k*X(4)+X(5)==1;
eqn3=X(1)+k*X(2)+(k-2)*X(3)+(1+k)*X(4)+(2*k)*X(5)==k;
[A b]=equationsToMatrix(eqn1,eqn2,eqn3,X)
```

```
A =
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

```
b =
```

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

e la sua decomposizione LU è

```
[L U]=lu(A)
```

```
L =
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

```
U =
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

risolviamo il sistema LY=b:

```
Y=linsolve(L,b)
```

Y =

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Il sistema UX=Y (e quindi il sistema iniziale AX=b) è quindi incompatibile, poichè l'ultima riga di U è zero, mentre l'ultima riga di Y non è zero.