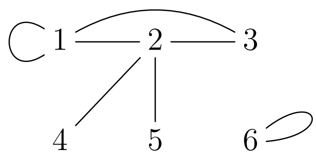
Esercizi Di Geometria 1
Matrici e sistemi lineari

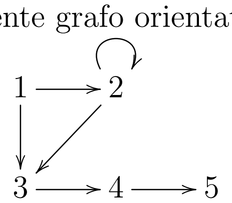
SETTIMANA 1
(25 Settembre – 1 Ottobre 2017)

Esercizio 1. Consideriamo il seguente grafo non-orientato G:



1. Determinare la matrice A associata al grafo G.
2. Determinare le matrici colonne di A.
3. Determinare le matrici riga di A.
4. Determianre $A_1 + 2A_2 - 3A_3$.
5. Verificare il risultato con MATLAB.
6. Come sono fatte le matrici associate ad un grafo non-orientato?

Esercizio 2. Consideriamo il seguente grafo orientato G:



1. Determinare la matrice A associata al grafo G.
2. Determinare le matrici colonne di A.
3. Determinare le matrici riga di A.
4. Determinare $A_1 + 2A_2 - 3A_3$.
5. Verificare il risultato con MATLAB.
6. Come sono fatte le matrici associate ad un grafo orientato?

Esercizio 3. Semplificare la seguente espressione matriciale:

$$3(5B - 3A) + 6(A - 4B) + 3(2B + A)$$

Esercizio 4. Determinare la trasposta di ognuna delle seguenti matrici:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \\ 0 & 7 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Esercizio 5. Si consideri il seguente sistema lineare in tre incognite x_1, x_2 ed x_3:

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 + x_4 & = & -3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 & = & 0 \end{cases}$$

Verificare che la matrice colonna $(-s + t + 1, s + t + 2, s, t)^t$ é soluzione del sistema per ogni scelta dei parametri $s, t \in \mathbb{R}$.

Esercizio 6. Determinare tutte le soluzioni del seguente sistema lineare nelle due incognite x_1 ed x_2 utilizzando l'algoritmo di Gauss:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 & = & 4 \\ 2x_1 - \frac{1}{2}x_2 & = & 1 \end{cases}$$

Esercizio 7. Determinare a, b c e d sapendo che vale la seguente identità matriciale:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b - c & c \\ d & 1 \end{pmatrix}$$

Esercizio 8. Applicare l'algoritmo di Gauss per ottenere la forma a scala ridotta delle seguenti matrici.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 6 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 4 & -1 & -2 \\ 0 & 1 & 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 6 & 0 & -3 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Verificare il risultato con MATLAB.

Esercizio 9. Una matrice $A \in \mathrm{Mat}_{m \times n}(\mathbb{R})$ si dice *diagonale* se $m = n$ e le componenti al di fuori della diagonale principale sono uguali a zero. Se A e B sono matrici diagonali della stessa taglia $n \times n$, e $c \in \mathbb{R}$ è uno scalare, mostrare che anche le seguenti matrici sono diagonali:

$$A + B; \quad cA; \quad A^t.$$

Esercizio 10. Svolgere l'esercizio 4 a pagina 28 del libro di testo. Verificare il risultato con MATLAB.