

Esercizi Di Geometria 1

Cayley-Hamilton, Sottospazi di \mathbb{R}^n , complemento ortogonale

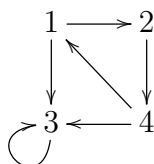
SETTIMANA 10
(27 Novembre– 2 Dicembre 2017)

Esercizio 1. Sia $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Calcolare A^{-1} utilizzando il teorema di Cayley-Hamilton.

Esercizio 2. Sia A una matrice simile alla matrice diagonale $D = \text{diag}(1, 2, 3)$. Calcolare il polinomio caratteristico di A . Calcolare il determinante e la traccia di A . Dimostrare che A è invertibile e dare una formula per l'inversa utilizzando il teorema di Cayley-Hamilton. Stabilire se A è diagonalizzabile su \mathbb{R} . Stabilire se A^3 è diagonalizzabile su \mathbb{R} . Stabilire se A ed A^3 sono simili.

Esercizio 3. Sia $A \in \text{Mat}_{3 \times 3}(\mathbb{R})$ una matrice il cui polinomio caratteristico è $c_A(x) = x^3 - x^2 + x - 1$. Dedurre che A^3 non può essere uguale alla matrice identità.

Esercizio 4. Si consideri il seguente grafo orientato Γ su 4 vertici



1. Si determini la matrice di adiacenza $A = A_\Gamma$ di Γ .
2. Calcolare il polinomio caratteristico $c_A(x)$ di A . Dedurre che A è invertibile.
3. Calcolare l'inversa di A usando il teorema di Cayley-Hamilton.

Esercizio 5. Trovare delle equazioni cartesiane per il sottospazio U di \mathbb{R}^4 generato dai vettori $v_1 = (1, 1, 0, 0)^t$, $v_2 = (1, 0, 0, 1)^t$ e $v_3 = (0, 1, 1, 0)^t$. Stabilire per quale valore di $k \in \mathbb{R}$ il vettore $v = (3, 12, -9, k)^t$ appartiene ad U . Trovare delle equazioni cartesiane per il sottospazio generato da v_1 e v_2 , per quello generato da v_1 e v_3 , e per quello generato da v_2 e v_3 .