Nome, Cognome e Matricola

Esercizi Settimanali di Geometria 1
Settimana 2
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

Da consegnare Lunedi 08 Ottobre 2018

Esercizio 1. *In ognuno dei seguenti casi, calcolare DA e AD'. Trovare la regola generale per determinare cosa succede ad una matrice A quando la si moltiplica a* sinistra *con una matrice diagonale D e quando la si moltiplica a* destra *con una matrice diagonale D'.*

1. $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}, \quad D' = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$

2. $D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}, \quad D' = 6\mathbf{1}_3.$

3. $D = \begin{pmatrix} 1/2 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \quad D' = D.$

Esercizio 2. *Per ognuna delle seguenti decomposizioni a blocchi, si determini una decomposizione a blocchi che sia minimale (ovvero con il numero minimo di blocchi) e compatibile con la moltiplicazione AB. Si calcoli quindi AB. Verificare che il risultato è sempre lo stesso.*

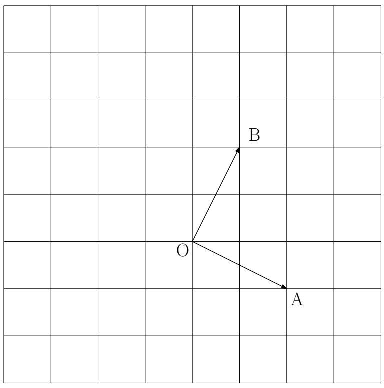
1. $$A = \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right), \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

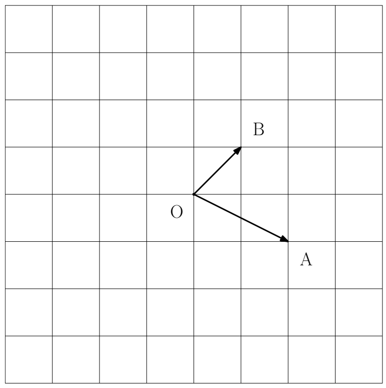
2. $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \left(\begin{array}{ccc|cc} 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 1 & 1 & 1 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1/2 \end{array}\right)$$

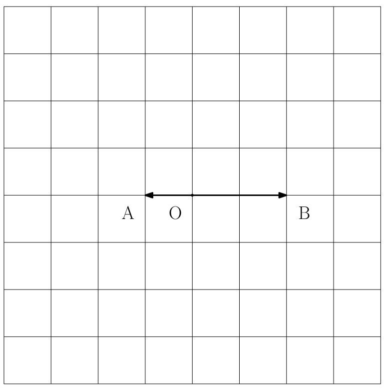
3. $$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ \hline 0 & 0 & -1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right), \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1/2 \end{pmatrix}$$

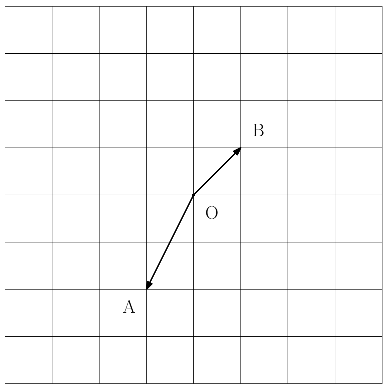
4. $$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1/2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \left(\begin{array}{c|c|c|c|c} 1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1/3 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1/2 \end{array}\right)$$

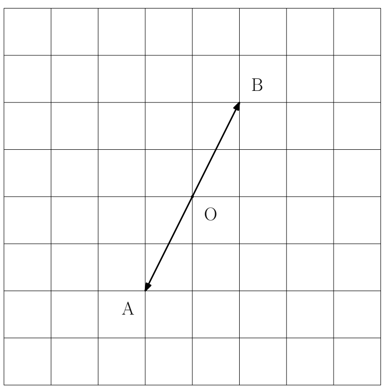
Esercizio 3. *Per ognuna delle seguenti coppie di vettori geometrici* $\vec{OA}$ *e* $\vec{OB}$ *disegnare i vettori geometrici* $\vec{OA}+\vec{OB}$, $(-2)\vec{OA}+\vec{OB}$, $2\vec{OB}$.

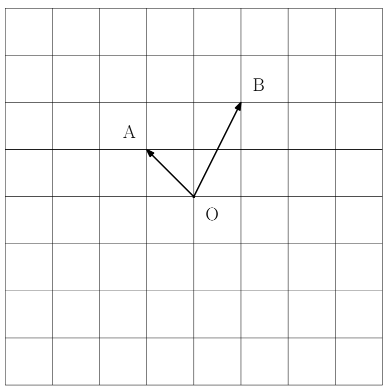




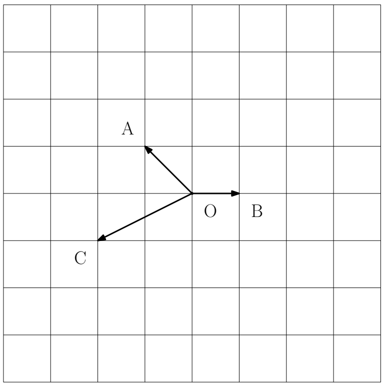


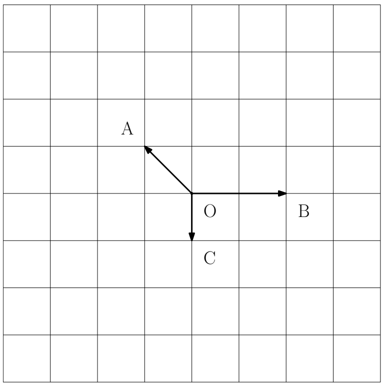


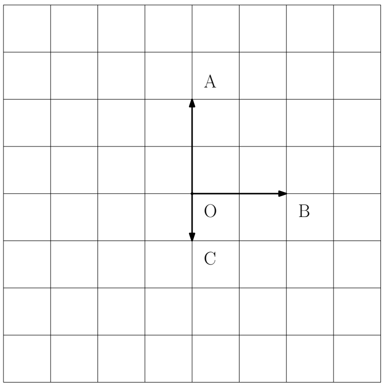


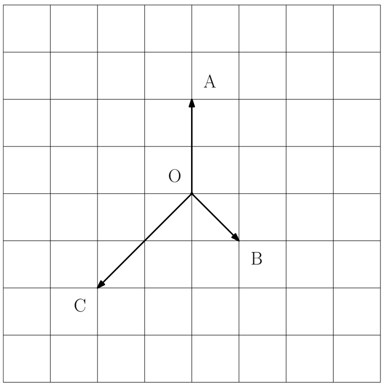


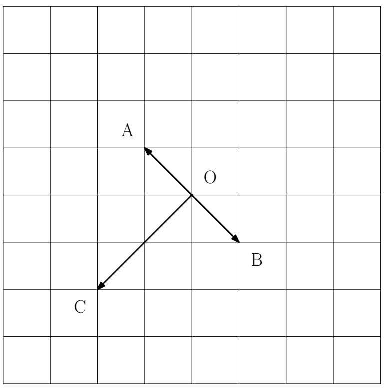
Esercizio 4. *In ognuno dei seguenti casi, disegnare il vettore geometrico* $(\vec{OA}+\vec{OB})+\vec{OC}$ *e verificare che sia uguale a* $\vec{OA}+(\vec{OB}+\vec{OC})$*. Disegnare inoltre il vettore* $2(\vec{OA}+\vec{OB})$ *e verificare che sia uguale a* $2\vec{OA}+2\vec{OB}$*.*

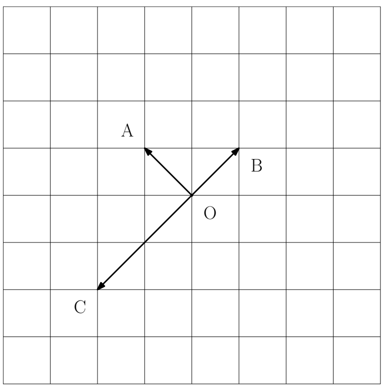












Esercizio 5. *1. Sia V uno spazio vettoriale. Utilizzando le proprietà della somma e del prodotto per scalari, semplificare la seguente espressione* $3(v - 2w) - 4(v + 2u) + 2(3w + 4u)$, *dove* $u, v, w \in V$ *sono vettori arbitrari.*

2. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ dei polinomi di grado minore o uguale a due, si considerino i vettori $p(x) = 1 - 2x + 3x^2$, $q(x) = 2 - 2x$ *e* $r(x) = 2$. *Calcolare* $-p(x) + 3q(x) - 4r(x)$.

3. Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^{\mathbb{R}}$ delle funzioni reali di variabile reale, si considerino i vettori $f(x) = \cos(x)$ *e* $g(x) = \sin(x)$. *Sia* $h = f + g$. *Calcolare* $h(0)$, $h(\pi/2)$, $h(\pi)$ *e* $h(-\pi/2)$.