Nome, Cognome e Matricola

Esercizi Settimanali di Geometria 1
Settimana 7
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

Da consegnare Lunedi 12 Novembre 2018

Esercizio 1. *Di ognuna delle seguenti matrici, trovare una base del nucleo ed estenderla ad una base di $\mathbb{R}^n$ (dove n è il numero di colonne) utilizzando il teorema di decomposizione:*

1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 & 4 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \\ 5 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}.$
2. $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}.$
3. $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$
4. $D = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

Esercizio 2. *Trovare tutte le inverse destre e sinistre (se esistono) delle seguenti matrici*

1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$.

2. $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

3. $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$.

4. $D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. *Sia* $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 5 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$. *Trovare una inversa destra di* A *ed utilizzarla per descrivere tutte le soluzioni (come spazio affine) dei sistemi* $AX = b$ *per ognuno dei seguenti* b*:*

1. $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.
2. $b = 0_{\mathbb{R}^3}$.
3. $b = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4. *Al variare di* $k \in \mathbf{R}$ *trovare, se esistono, tutte le soluzioni del seguente sistema lineare nelle incognite* $x_1, \cdots, x_5$*:*

$$\left\{ \begin{array}{rcl} x_1 - 2x_3 + x_4 & = & 1 \\ kx_1 + x_2 + (1-2k)x_3 + kx_4 + x_5 & = & 1 \\ x_1 + kx_2 + (k-2)x_3 + (k^2-k+1)x_4 + (2k)x_5 & = & k \end{array} \right.$$

Esercizio 5. *Si consideri la matrice*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Verificare che A è invertibile calcolandone il determinante e scrivere A^{-1} come prodotto di matrici elementari.