Esercizio 1. *Sia r la retta di $\mathbb{R}^2$ di equazione cartesiana $r : x - 2y = 2$ e si consideri il punto $P = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.*

1. *Calcolare la pendenza della retta r.*
2. *Calcolare equazioni parametriche e cartesiane della retta s ortogonale ad r e passante per il punto P.*
3. *Calcolare la proiezione ortogonale del punto P sulla retta r e denotarlo C.*
4. *Scrivere equazioni parametriche e cartesiane della circonferenza $\mathcal{C}$ cha ha centro in C e che contiene P.*

Fare i disegni che illustrino la situazione.

Esercizio 2. *Al variare di $k \in \mathbb{R}$ si consideri il sottospazio affine S_k composto dalle soluzioni del sistema lineare:*

$$S_k : \begin{cases} x + ky + z = 1 \\ x + y + kz = 1 \end{cases} .$$

1. *Stabilire la posizione reciproca di S_k con la retta $r = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$.*
2. *Calcolare l'area del triangolo di vertici $P = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ed $R = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.*

Esercizio 3. *Siano $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ due vettori di $\mathbb{R}^4$ ed $U = \langle v_1, v_2 \rangle$. Calcolare la distanza del punto $R = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ da U.*

Esercizio 4. *Studiare il seguente sistema lineare in tre variabili al variare di $k \in \mathbb{R}$:*

$$\begin{cases} 2x + & 2y + & 3z & = & 0 \\ 4x + & 8y + & 12z & = & -4 \\ 6x + & 2y + & (k^2 - 6)z & = & k + 1 \end{cases}$$

Esercizio 5. *Si consideri la matrice* $A = \begin{pmatrix} 14 & -21 & -4 & 21 \\ -6 & 9 & 2 & -9 \\ 12 & -18 & -2 & 18 \\ -12 & 18 & 4 & -18 \end{pmatrix}$.

1. *Trovare una base per il nucleo di A ed una base per l'immagine di A.*
2. *Stabilire se i vettori* $v_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ *e* $v_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ *sono autovettori per A.*
3. *Stabilire se A è diagonalizzabile su $\mathbb{R}$.*