Nome, Cognome e Matricola

Esercizi Settimanali di Geometria 1
Ingegneria Chimica
Settimana 10
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

Da consegnare Martedi 3 Dicembre 2019

Esercizio 1. *Trovare equazioni parametriche e cartesiane delle rette (due in ognuno dei casi) aventi coseni direttori rispettivamente:*

1. $(1, 0)$;
2. $(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$;
3. $(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2})$;
4. $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$;
5. $(0, 1)$

Fare un disegno in ognuno dei casi.

Esercizio 2. *Trovare la forma parametrica e cartesiana delle seguenti rette di* $\mathbb{R}^2$ *e fare un disegno illustrativo:*

1. r_1*: la retta passante per il punto* $P = (3, -2)^t$ *e parallela alla retta* $s : 2x - 5y + 4 = 0$*;*

2. r_2*: la retta passante per* $P = (3, -2)^t$ *ed ortogonale alla retta* $s : 2x - 5y + 4 = 0$*;*

3. r_3*: la retta passante per i punti* $P = (3, -2)^t$ *e* $Q = (1, 1)^t$*.*

4. r_4*: la retta di pendenza* $1/2$ *e passante per il punto* $R = (2, 3)^t$*.*

Esercizio 3. *Trovare la forma parametrica e cartesiana dei seguenti sottospazi affini di* $\mathbb{R}^3$

1. π_1*: il piano passante per i tre punti* $P_1 = (1,1,1)^t$, $P_2 = (-2,3,4)^t$ *e* $P_3 = (2,2,3)^t$*;*

2. r_1*: la retta parallela al piano* π_1*, passante per il punto* $Q = (1,0,0)^t$ *e che interseca la retta* $\langle e_3 \rangle$*;*

3. π_2*: il piano contenente la retta* r *e ortogonale al piano* π_1*;*

4. r_2*: la retta passante per i punti* P_1 *e* P_2*;*

5. P_0*: il punto di intersezione tra i piani* π_1*,* π_2 *e la retta* r_2*.*

Esercizio 4. *Calcolare la distanza tra le seguenti coppie di sottospazi affini di* $\mathbb{R}^3$.

1. $P_0 = (1, 1, 1)^t$, $\pi : 2x + 3y + z = 2$;
2. $P_0 = (1, 2, 1)^t$, $r : \begin{cases} x + y = 1 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$
3. $r_1 : \begin{cases} x - y = 0 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$, $r_2 : \begin{cases} y - z - 1 = 0 \\ 2x + y - 3z - 1 = 0 \end{cases}$

Esercizio 5. *Calcolare il volume del parallelepipedo di spigoli* $v_1 = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$, $v_2 = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $v_3 = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$.

Esercizio 6. *Siano r e π una retta ed un piano di $\mathbb{R}^3$, rispettivamente.*

1. *Supponiamo che $r = X_0 + \langle v \rangle$ e $\pi : ax + by + cz = d$. Sia $A_\pi = (a, b, c)$. Riempire la seguente tabella con le condizioni di posizione reciproca e dare condizioni per trovare l'unico punto di intersezione P_0 nel caso vi sia:*

Posizione reciproca	$A_\pi v$	$rg(A_\pi v \| d - A_\pi X_0)$
$r \subset \pi$		
$r \| \| \pi$		
$r \cap \pi = \{P_0\}$		

2. *Supponiamo che $r = X_0 + \langle v \rangle$ e $\pi = Y_0 + \langle w_1, w_2 \rangle$. Riempire la seguente tabella con le condizioni di posizione reciproca e dare condizioni per trovare l'unico punto di intersezione P_0 nel caso vi sia:*

Posizione reciproca	$det(v \| w_1 \| w_2)$	$rg(v \| w_1 \| w_2 \| X_0 - Y_0)$
$r \subset \pi$		
$r \| \| \pi$		
$r \cap \pi = \{P_0\}$		

3. *Supponiamo che* $r : \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \end{cases}$ *e* $\pi = Y_0 + \langle w_1, w_2 \rangle$. *Poniamo* $A_r = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{pmatrix}$ *e* $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} d \\ d' \end{pmatrix}$. *Riempire la seguente tabella con le condizioni di posizione reciproca e dare condizioni per trovare l'unico punto di intersezione* P_0 *nel caso vi sia:*

Posizione reciproca	$det(A_r(w_1\|w_2))$	$rg(A_r(w_1\|w_2)\|\mathbf{b} - A_rY_0)$
$r \subset \pi$		
$r\|\|\pi$		
$r \cap \pi = \{P_0\}$		

4. *Supponiamo che* $r : \begin{cases} ax + by + cz = d \\ a'x + b'y + c'z = d' \end{cases}$ *e* $\pi : ax+by+cz = d$. *Siano* $A_r = \begin{pmatrix} a & b & c \\ a' & b' & c' \end{pmatrix}$, $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} d \\ d' \end{pmatrix}$ *e* $A_\pi = (a, b, c)$. *Riempire la seguente tabella con le condizioni di posizione reciproca e dare condizioni per trovare l'unico punto di intersezione* P_0 *nel caso vi sia:*

Posizione reciproca	$det\left(\frac{A_r}{A_\pi}\right)$	$rg\left(\begin{array}{c\|c} A_r & \mathbf{b} \\ \hline A_\pi & d \end{array}\right)$
$r \subset \pi$		
$r\|\|\pi$		
$r \cap \pi = \{P_0\}$		