

Prova scritta di Geometria 1
Appello straordinario riservato a fuori-corso,
part-time, studenti con disabilità e DSA
Durata prova: 3 ore
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

22 ottobre 2021

Esercizio 1. Consideriamo i seguenti punti del piano reale: $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ e $C = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$

1. Scrivere l'equazione parametrica e l'equazione cartesiana della retta passante per B e C . Denominare tale retta r .
2. Calcolare la distanza tra A ed r .
3. Scrivere l'equazione della circonferenza che ha centro A e tale che la retta r sia ad essa tangente.
4. Trovare il punto D ottenuto ruotando C attorno a B di un angolo di 60 gradi in senso anti-orario.
5. Calcolare l'area del triangolo di vertici A , B , C .

Fare un disegno che illustri la situazione.

Esercizio 2. Consideriamo le seguenti due rette dello spazio:

$$r : \begin{cases} x + y - z = 5 \\ -2x - y + 2z = -7 \end{cases} \quad s = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle.$$

1. Trovare le equazioni parametriche di r .
2. Trovare le equazioni cartesiane di s .
3. Stabilire la posizione reciproca di r ed s .
4. Calcolare la distanza tra r ed s .

5. Calcolare l'area del triangolo di vertici $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 3. Si consideri la seguente matrice

$$A = \begin{pmatrix} -17 & 18 & -12 \\ -12 & 13 & -8 \\ 6 & -6 & 5 \end{pmatrix}$$

1. (1 punto) Calcolare la traccia ed il determinante di A .
2. (1 punto) Calcolare il polinomio caratteristico di A .
3. (1 punto) Calcolare la molteplicità algebrica di ogni autovalore di A .
4. (2 punti) Calcolare le molteplicità geometriche di ogni autovalore di A .
5. (2 punti) Stabilire se A è diagonalizzabile e nel caso lo sia trovare una matrice invertibile B ed una matrice diagonale D tali che $B^{-1}AB = D$.

Esercizio 4. *Studiare il seguente sistema lineare nelle quattro incognite reali x_1, x_2, x_3, x_4 :*

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 2 \\ -3x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 3 \\ -3x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Esercizio 5. Si consideri la matrice $A = \begin{pmatrix} \frac{3}{2} & 0 & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 0 & \frac{3}{2} \end{pmatrix}$. Dimostrare che A è ortogonalmente diagonalizzabile e trovare una matrice ortogonale B ed una matrice diagonale D tali che $B^t A B = D$.