Prova scritta di Geometria 1
Appello straordinario riservato a fuori-corso, part-time, studenti con disabilità e DSA
Durata prova: 90 minuti
Docente: Giovanni Cerulli Irelli

26 Marzo 2021

Esercizio 1. *Consideriamo i seguenti punti del piano reale:* $C = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ *e* $P = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$.

1. *Scrivere l'equazione parametrica e l'equazione cartesiana della retta passante per* P *e di pendenza* $m = 1/2$. *Denominare tale retta* r.
2. *Calcolare la distanza tra* C *ed* r.
3. *Scrivere l'equazione della circonferenza che ha centro* C *e tale che la retta* r *sia ad essa tangente.*
4. *Trovare il punto* D *ottenuto riflettendo* C *attraverso* r.
5. *Calcolare l'area del triangolo di vertici* P, C, D.
6. *Fare un disegno che illustri la situazione.*

Esercizio 2. *Consideriamo le seguenti due rette dello spazio:*

$$r: \begin{cases} x + z = 2 \\ x + y + z = 3 \end{cases} \qquad s = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle.$$

1. *Trovare le equazioni parametriche di r.*
2. *Trovare le equazioni cartesiane di s.*
3. *Stabilire la posizione reciproca di r ed s.*
4. *Calcolare la distanza tra r ed s.*
5. *Calcolare l' area del triangolo di vertici* $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}.$

Esercizio 3. *Si consideri la matrice* $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. *Stabilire se* A *è diagonalizzabile sui reali e nel caso lo sia trovare una matrice invertibile* B *ed una matrice diagonale* D *tali che* $B^{-1}AB = D$.

Esercizio 4. *Studiare il seguente sistema lineare nelle quattro incognite reali* x_1, x_2, x_3, x_4*:*

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 5x_3 + x_4 & = & 1 \\ 2x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 & = & 2 \\ 4x_1 - 4x_2 - 2x_3 + x_4 & = & 3 \end{cases}$$

Esercizio 5. *Si consideri la matrice* $A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$. *Dimostrare che* A *è ortogonalmente diagonalizzabile e trovare una matrice ortogonale* B *ed una matrice diagonale* D *tali che* $B^t AB = D$.