

Nome, Cognome e Matricola

---

Esame scritto di Geometria 1  
Ingegneria per l'ambiente ed il territorio  
Appello straordinario di Marzo 2022  
Docenti: Giovanni Cerulli Irelli,  
Marco Trevisiol

25 marzo 2022

2 ore

**Esercizio 1.** In  $(\mathbb{R}^2, \cdot)$  consideriamo il punto  $Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

1. (3 punti) Scrivere le equazioni parametriche e cartesiane della retta  $r$  passante per  $Q$  ed avente pendenza uguale a 2.
2. (2 punti) Trovare i due punti  $P_1$  e  $P_2$  di  $r$  che distano  $\sqrt{5}$  da  $Q$ .
3. (3 punti) Trovare due punti  $P_3$  e  $P_4$  tali che il quadrilatero  $P_1P_2P_3P_4$  sia un quadrato ed abbia  $P_1P_2$  come lato.
4. (2 punti) Trovare le equazioni parametriche e cartesiane della circonferenza iscritta nel quadrato trovato al punto precedente.

Fare un disegno che illustri la situazione.



**Esercizio 2.** *Si consideri la seguente matrice*

$$A = \begin{pmatrix} -12 & 10 & -14 & -42 \\ -2 & 0 & -2 & -6 \\ 12 & -12 & 17 & 48 \\ -1 & 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}$$

1. (2 punti) *Calcolare il polinomio caratteristico di  $A$ .*
2. (2 punti) *Calcolare la traccia ed il determinante di  $A$ .*
3. (1 punto) *Calcolare lo spettro di  $A$ .*
4. (5 punti) *Stabilire se  $A$  è diagonalizzabile e nel caso lo sia trovare una matrice  $B$  invertibile ed una matrice diagonale  $D$  tali che  $B^{-1}AB = D$ .*



**Esercizio 3.** Si consideri il seguente sistema lineare nelle tre variabili reali  $x, y, z$ :

$$\begin{cases} x + y + 2(k^2 - k + 1)z = 7k \\ x + (k^2 - k + 1)z = 4k \\ x - y - k(k - 1)z = 0 \end{cases}$$

1. (1 punto) Scrivere la matrice dei coefficienti  $A$  del sistema.
2. (1 punto) Scrivere la matrice completa  $(A|b)$  del sistema.
3. (2 punti) Trovare l'unica soluzione del sistema per  $k = 2$  utilizzando la regola di Cramer.
4. (3 punti) Trovare tutti i valori di  $k \in \mathbb{R}$  per i quali il sistema è risolubile.
5. (3 punti) Per i valori di  $k$  per il quale il sistema è risolubile descrivere tutte le soluzioni.

