Nome, Cognome e Matricola

Esercizi Settimanali di Geometria 1
Settimana 12

Da consegnare Martedì 20 dicembre 2022

Esercizio 1. 1. *Calcolare equazioni parametriche e cartesiane del piano di* $\mathbb{R}^3$ *contenente la retta*

$$r : \begin{cases} 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 1 \\ 3x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

ed il punto $P = (1, -1, 2)^t$.

2. *Stabilire per quali valori del parametro* $k \in \mathbb{R}$ *i tre punti di* $\mathbb{R}^3$ $A = (1, -k, -k-1)^t$, $B = (2, 3, -k)^t$ *e* $C = (1+k, -k, 2)^t$ *non sono allineati e per tali valori trovare equazioni parametriche e cartesiane del piano che li contiene.*

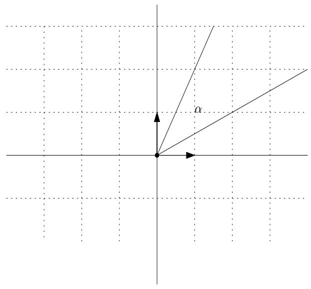
3. *Trovare equazioni parametriche e cartesiane della retta di* $\mathbb{R}^2$ *passante per i due punti* $A = (2, -3)^t$ *e* $B = (3, -2)^t$.

4. *Trovare la retta di* $\mathbb{R}^2$ *passante per il punto* $P = (2, 3)^t$ *e ortogonale alla retta* $s : 3x - 2y = 1$ *(nel senso che il suo vettore direttore è ortogonale al vettore direttore di* s*).*

5. *Trovare le equazioni parametriche e cartesiane di tutte le rette di* $\mathbb{R}^2$ *passanti per il punto* $P = (2, 3)^t$ *e che formano un angolo di* $\pi/4$ *con la retta* $s : x + y = 0$.

Esercizio 2.

1. *Calcolare* $||(2,-3,-2)^t||$.
2. *Calcolare* $dist((1,2,-2,-1)^t,(2,-1,-2,1)^t)$.
3. *Calcolare* $\cos \hat{vw}$ *dove* $v=(2,1)^t$ *e* $w=(0,1)^t$.
4. *Calcolare il* $\cos(\alpha)$



5. *Calcolare il perimetro e il coseno degli angoli interni del triangolo di vertici* $A=(1,1)^t$, $B=(2,3)^t$ *e* $C=(3,0)^t$.
6. *Calcolare il perimetro ed il coseno degli angoli interni del triangolo di* $\mathbb{R}^3$ *di vertici* $A=(1,1,-1)^t$, $B=(1,2,3)^t$ *e* $C=(2,-1,-1)^t$.
7. *Sia* $P=(1,2)^t$ *ed* $r: 2x-y+2=0$. *Trovare tutti i punti* Q *della retta* r *tali che* $dist(P,Q)=1$.
8. *Si considerino le due rette* $r_1: 2x_1-x_2=1$ *e* $r_2: x_1+2x_2=3$ *di* $\mathbb{R}^2$. *Stabilire se esiste una retta* r_3 *tale che i tre punti di intersezione* $A=r_1\cap r_2$, $B=r_1\cap r_3$ *e* $C=r_2\cap r_3$ *formino un triangolo equilatero. [Suggerimento: in un triangolo equilatero gli angoli interni sono tutti uguali]*

Esercizio 3.

- *Per ogni matrice reale A, dimostrare che* $(Ker(A^t))^\perp = Col(A)$.
- *Per oguna delle seguenti matrici A calcolare equazioni parametriche e cartesiane di $Col(A)$ e di $Col(A)^\perp$:*

  1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$;
  2. $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$;
  3. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$;
  4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \\ -1 & 2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$;
  5. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & 2 & 2 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$.

Esercizio 4. *Usando il teorema di decomposizione ortogonale trovare equazioni cartesiane dei seguenti sottospazi affini (degli opportuni spazi euclidei standard)*

1. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix} \rangle$

2. $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$

3. $\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$

4. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$

5. $\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$

Esercizio 5. *Stabilire se le seguenti coppie di sottospazi affini sono ortogonali, nel senso che i loro sottospazi di giacitura sono ortogonali ovvero uno contenuto nell'ortogonale dell'altro.*

1. $r : 2x + 3y = 1$, $s : 3x - 2y = 2$.
2. $r = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \rangle$, $s : 4x - 2y = 3$.
3. $\pi = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$, $r = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$.
4. $r = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} \rangle$, $s = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$.
5. $\pi : 2x + 3y - z = 10$, $r = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \langle \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \rangle$.