PIANO LAUREE SCIENTIFICHE “Scuola estiva”
ADDENTRIAMOCI NELLO SPAZIO 5 settembre 2012

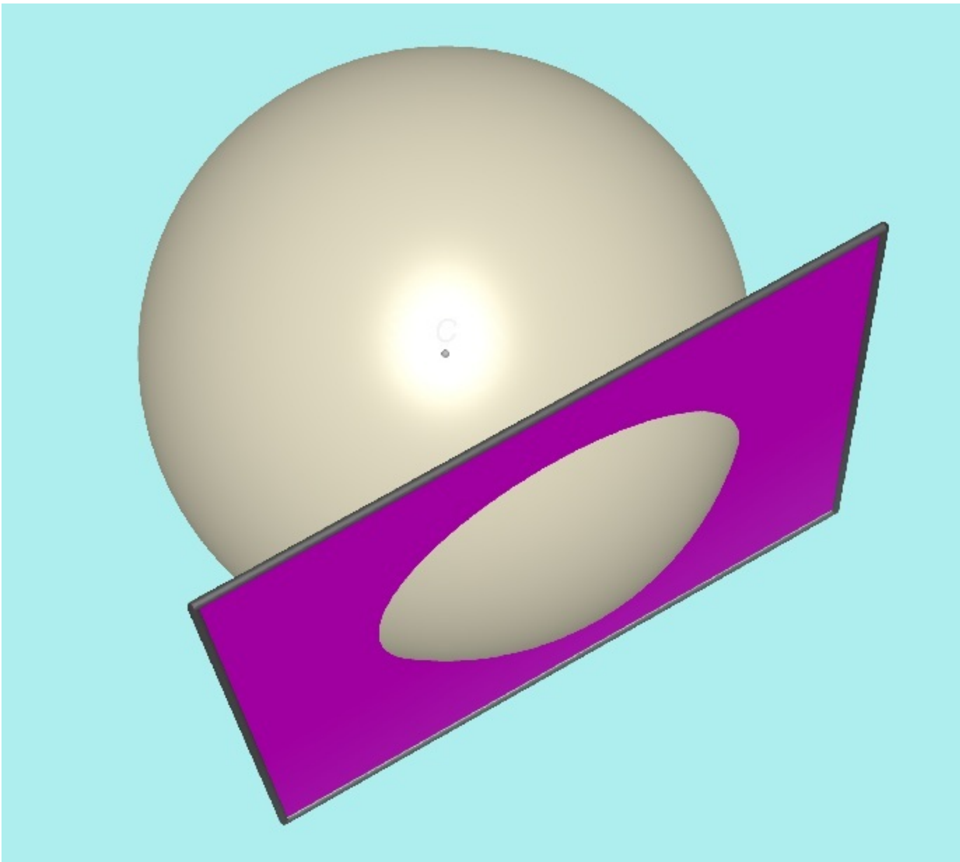
GIUSEPPE ACCASCINA, Sapienza
GIOIA BATTILOMO, L.C.Tacito
BENEDETTA MACINA, Laurea Magistrale in Matematica, Sapienza
ANDREA MINOTTI, Laurea Magistrale in Matematica, Sapienza
ANDREA VIETRI, Sapienza

http://www.dmmm.uniroma1.it/ giuseppe.accascina/2012-09-05-PLS/

giuseppe.accascina@sbai.uniroma1.it

Domanda 1

Una pallina di plastica, per esempio una pallina da ping-pong, è tagliata in due parti.
Che forma ha la curva in cui è stato effettuato il taglio? Perché?



Domanda 2

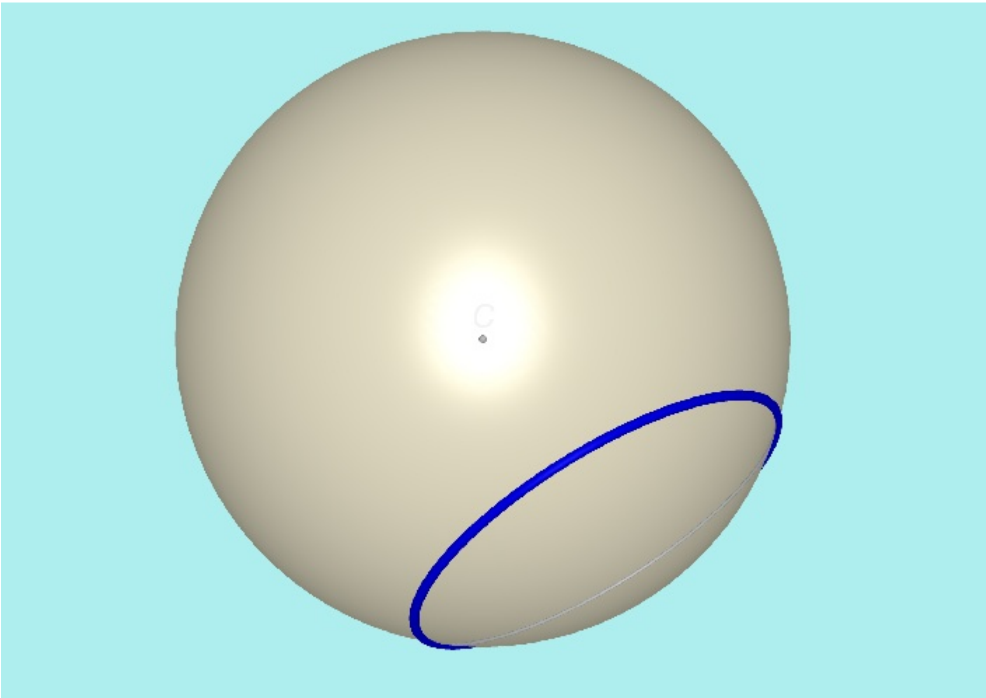
Che curva é la linea di confine giorno-notte sulla terra? Perché?

Domanda 3

Una sfera è illuminata da una lampadina (che immaginiamo puntiforme). Che curva è la linea di confine tra la parte illuminata e quella in ombra? Perché?

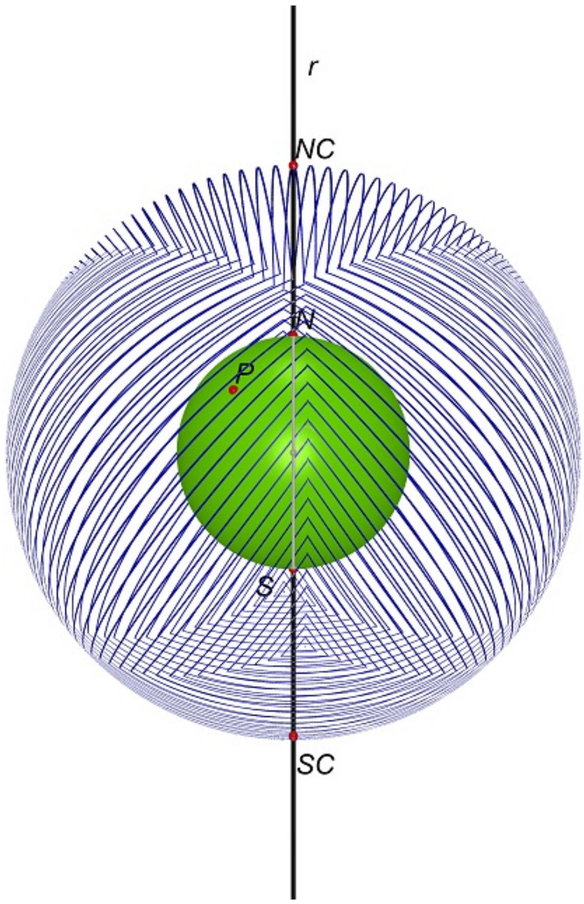
Domanda 4

Su una sfera è disegnata una circonferenza. E' possibile disporre una sorgente luminosa puntiforme in modo tale che la circonferenza sia il confine tra la parte illuminata della sfera e quella in ombra? Come? Perché?



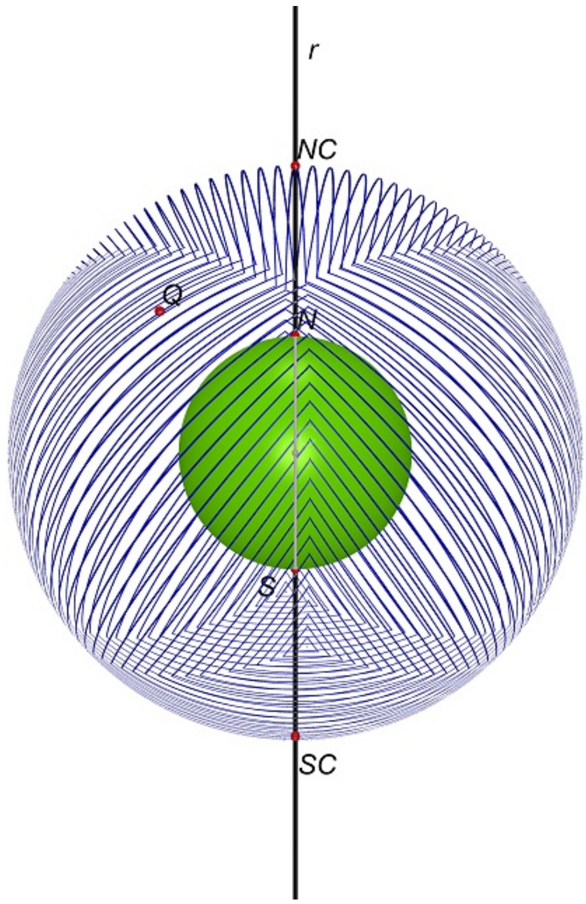
Domanda 5

Nella figura seguente è rappresentata la terra (la sfera verde) con il polo Nord (N), il polo Sud (S) e l'asse terrestre (r).
E' anche rappresentata la sfera celeste con il polo Nord celeste (NC) e il polo Sud celeste (SC).
Quale porzione di sfera celeste si vede da un punto P posto sul suolo terrestre?
Da quali punti della terra si vede il polo Nord celeste?
Da quali punti della terra si vedono contemporaneamente il polo Nord e il polo Sud celeste?



Domanda 6

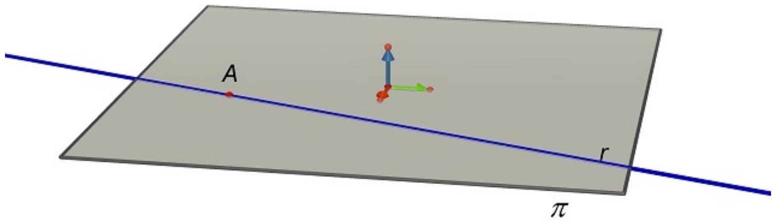
Quale porzione di sfera celeste si vede da un satellite artificiale Q geostazionario?
In quali punti dello spazio porre il satellite geostazionario Q in modo tale che da essi si possa vedere il polo Nord celeste?
In quali punti dello spazio porre il satellite geostazionario Q in modo tale che da essi si possano vedere contemporaneamente sia il polo Nord celeste che il polo Sud celeste?



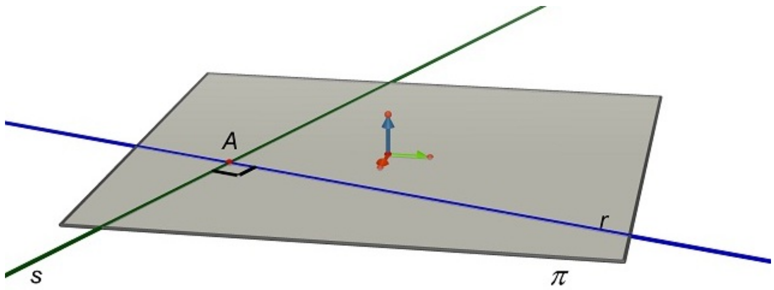
Alcuni richiami

Per rispondere a queste domande dobbiamo conoscere alcune proprietà sulla perpendicolarità tra una retta e un piano.

Consideriamo un piano π. Su di esso consideriamo una retta r e un suo punto A.

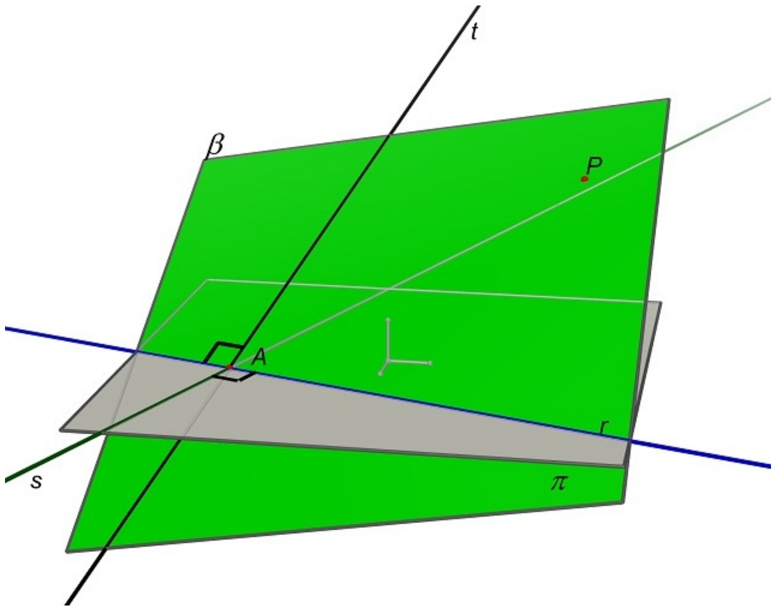


Sappiamo dalla geometria del piano che esiste una sola retta s passante per il punto A e perpendicolare alla retta r.

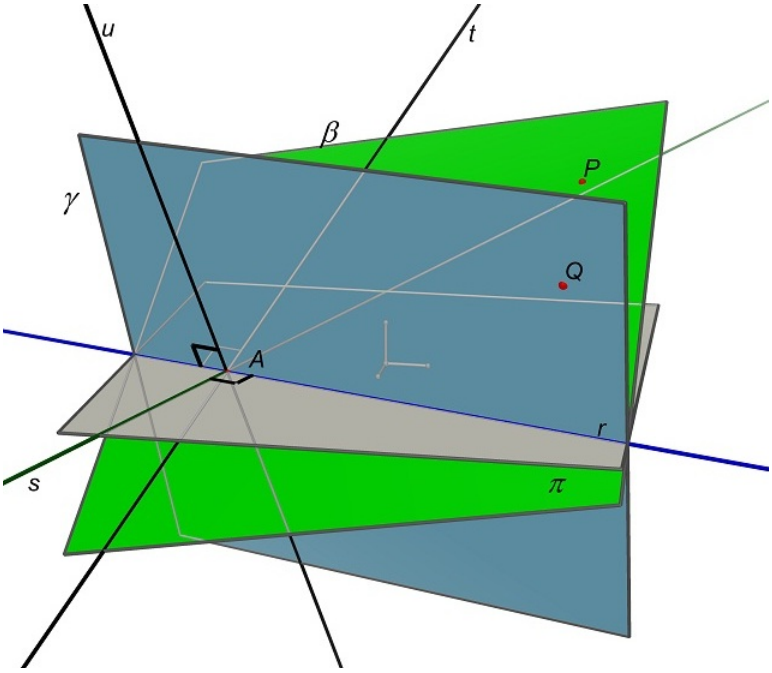


Consideriamo ora tutto lo spazio. Esistono, oltre la retta s, altre rette dello spazio passanti per A e perpendicolari alla retta r?

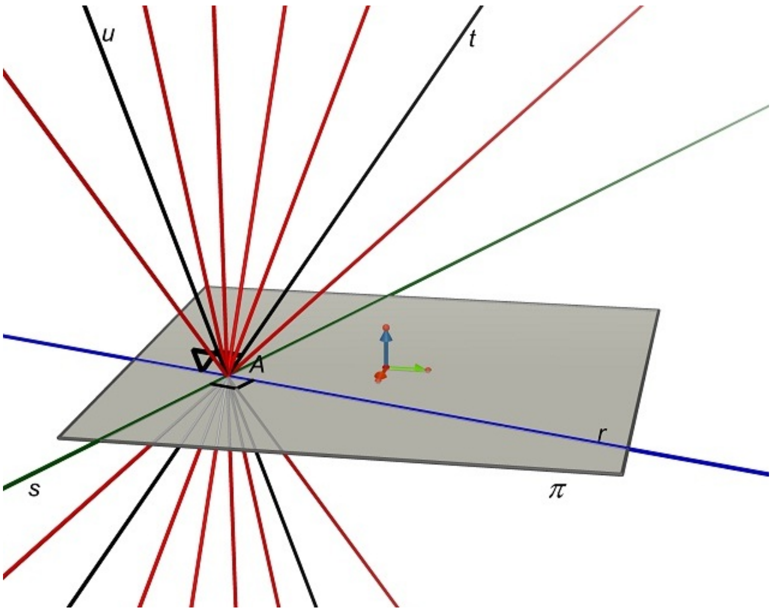
Per rispondere a questa domanda dobbiamo sapere quando due rette r e t, entrambe passanti per un punto A, si dicono perpendicolari.
Osserviamo che, date due rette distinte r e t, entrambe passanti per A, esiste uno ed un solo piano β contenente le due rette.
Bene, le due rette si dicono perpendicolari se lo sono nel piano β.



Proprio questa definizione ci fa capire come determinare altre rette passanti per A e perpendicolari alla retta r.
Consideriamo un punto P che non appartenga al piano π. Consideriamo il piano β passante per la retta r e per il punto P. Consideriamo quindi la retta t del piano β passante per A e perpendicolare a r. Abbiamo ottenuto una seconda retta passante per A e perpendicolare a r.
Possiamo determinare una terza retta u passante per A e perpendicolare a r considerando un punto Q non appartenente né al piano π né al piano β e usando lo stesso procedimento.

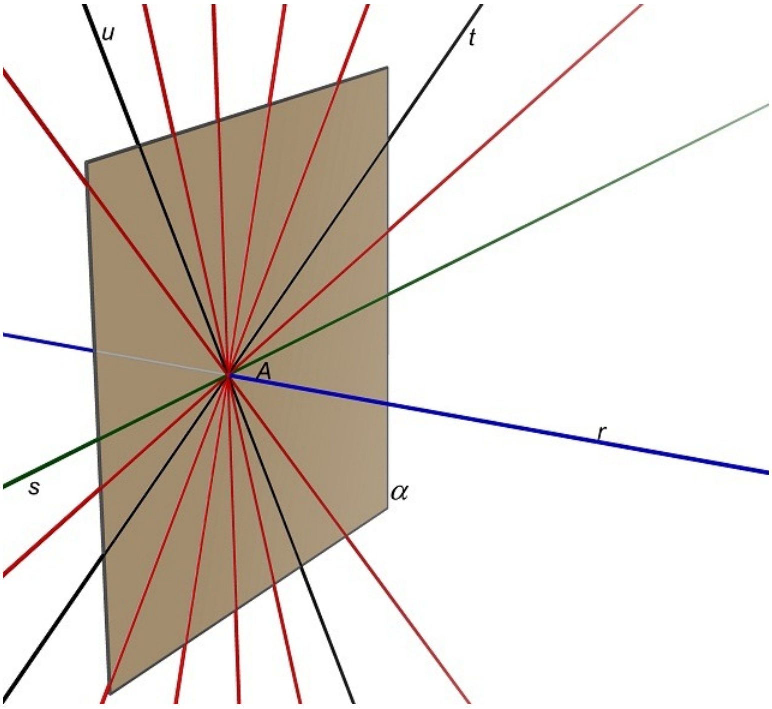


Possiamo andare avanti ed ottenere infinite rette tutte passanti per A e perpendicolari a r.



Quali proprietà hanno tutte queste rette?

Si può dimostrare che tutte queste rette sono complanari. Appartengono cioè tutte ad un piano, che chiamiamo α.



Si può anche dimostrare che, viceversa, ogni retta passante per A appartenente al piano α è perpendicolare alla retta r.
Il piano α e la retta r si dicono perpendicolari.

Si ha quindi che una retta r e un piano α che si intersecano in un punto A sono perpendicolari se e solo se tutte le rette passanti per A e appartenenti al piano α sono perpendicolari alla retta r.

Quindi, in teoria, per vedere se un piano α è perpendicolare ad una retta r, bisognerebbe controllare la perpendicolarità delle retta r a **tutte** le rette passanti per A e appartenenti a α.

In effetti c'e' un teorema che dice che, se due rette distinte passanti per A contenute nel piano α sono perpendicolari alla retta r, allora il piano α e la retta r sono perpendicolari.

Vi sono altri due teoremi che ci saranno utili:

- Data una retta r e un suo punto A, esiste uno ed un solo piano passante per A perpendicolare a r;
- Dato un piano α e un suo punto$A$, esiste una e una sola retta passante per A e perpendicolare a α.