

SOLUZIONI dei Problemi assegnati il 16/2/2016 (**Progetto Archimede**)

1. Immaginiamo di disporre i giorni della settimana sul quadrante di un orologio con 7 tacche, identificando il Lunedì con la tacca 1, il Martedì con la tacca 2, e così via fino alla Domenica identificata con la tacca 7. Allora, per provare l'enunciato, basta far vedere che, tra Gennaio e Ottobre, ogni giorno della settimana capita almeno una volta come primo giorno del mese.

Infatti, se indichiamo con a il primo giorno di Gennaio, la successione dei primi giorni del mese da Gennaio a Ottobre sarà:

$a, a+3, a+3, a+6, a+1, a+4, a+6, a+2, a+5, a,$

se l'anno non è bisestile, altrimenti sarà:

$a, a+3, a+4, a, a+2, a+5, a, a+3, a+6, a+1,$

come accade nel 2016. Ciò basta per concludere.

2. Se indichiamo con v, s, d , rispettivamente, il numero dei vertici, il numero degli spigoli e il numero delle diagonali di un dodecaedro, si ha:

$v = (5 \times 12) / 3 = 20$, poiché ogni vertice appartiene a 3 facce;

$s = (5 \times 12) / 2$, poiché ogni spigolo appartiene a 2 facce;

$d = 20 \times (19 - 9) / 2 = 20 \times 10 / 2 = 100$, poiché dal numero totale dei segmenti che congiungono ciascun vertice agli altri 19 vertici, occorre sottrarre i segmenti uscenti dal vertice considerato e appartenenti alle 3 facce che contengono il vertice stesso.

3. Le 9 persone che rispondono alla domanda del padrone di casa danno numeri tutti diversi, dunque necessariamente i numeri da 0 a 8.

Ora, se identifichiamo le 9 persone con i numeri che esse danno, rispettivamente, nella risposta, deduciamo che la persona n.8 ha stretto la mano a tutti tranne il suo (o la sua) partner. D'altra parte, la persona n.8 certamente non ha stretto la mano alla persona n.0 e quindi quest'ultima è proprio il/la partner della persona n.8.

Procedendo allo stesso modo, si deduce che le persone n.7 e n.1 fanno parte di una stessa coppia e così pure le persone n.6 e n.2, e le persone n.5 e n.3. Dunque le uniche persone che restano fuori, per così dire, sono la persona n.4 (che ha stretto la mano alle persone n.5,6,7,8) e naturalmente il Sig. Rossi.

Pertanto la persona n.4 è certamente la Sig.ra Rossi. D'altra parte, anche il Sig. Rossi ha stretto la mano a 4 persone, e per di più alle stesse persone salutate dalla moglie (come del resto era naturale...).

4. Osserviamo innanzitutto che sulla sfera esiste certamente un cerchio massimo passante per due dei 5 punti fissati. Tale cerchio divide ovviamente la sfera in due emisfere. Pertanto, almeno due dei tre punti rimanenti, tra i 5 fissati, apparterranno a una stessa emisfera, da cui la tesi.