

Alcune simmetrie del cubo

Consideriamo un cubo.

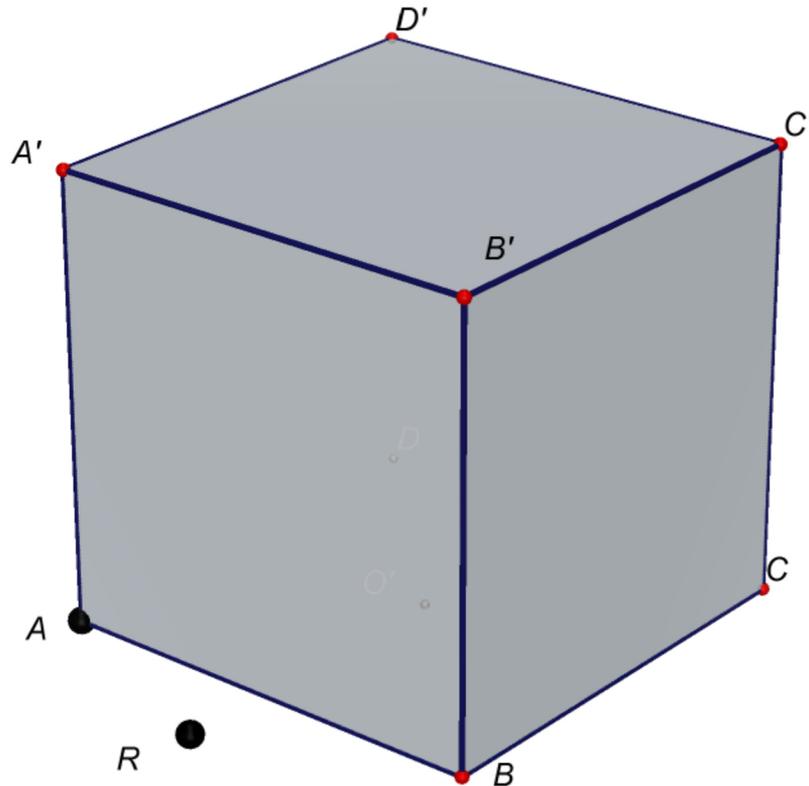


Figura 1. Un cubo

Una *simmetria* del cubo è la trasformazione geometrica dello spazio che porta il cubo in se stesso. Vogliamo descriverne alcune.

Rotazione del cubo intorno a una retta passante per il centro del cubo e perpendicolare a una faccia

Consideriamo la retta r passante per il centro O del cubo (che è il punto medio di due qualsiasi vertici opposti del cubo, per esempio A' e C) e perpendicolare alla faccia $A'B'C'D'$ del cubo.

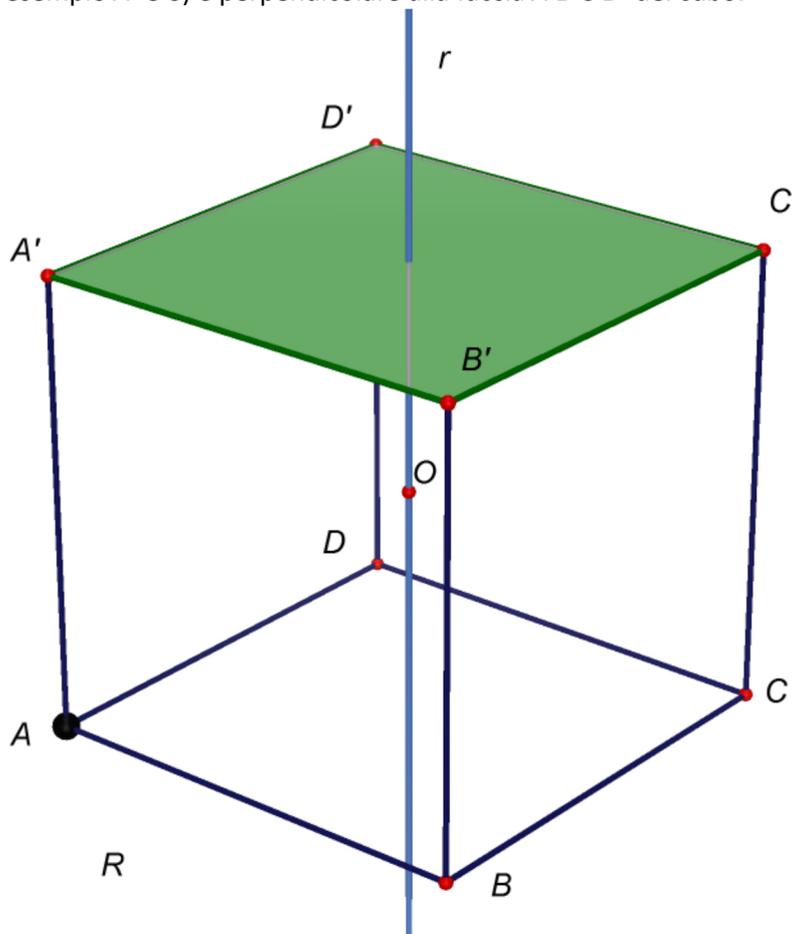


Figura 2. La retta r è un asse di rotazione del cubo di periodo 4.

La rotazione f dello spazio intorno alla retta r che porta il punto A' nel punto D' porta il cubo in se stesso, è quindi una *simmetria* del cubo. La retta r si chiama *asse di rotazione* del cubo.

Abbiamo detto che f porta A' in D' , esprimiamo ciò dicendo che D' è immagine di A' attraverso f ; in simboli $D'=f(A')$.

Abbiamo poi $f(D')=C'$, $f(C')=B'$ e $f(B')=A'$. Pertanto applicando quattro volte la rotazione f abbiamo che il punto A' torna in se stesso.

Per questo la retta r si dice asse di rotazione di *periodo 4*.

Vi sono altri due assi di rotazione del cubo di periodo 4. Sono

- la retta s passante per O e perpendicolare alla faccia $AA'D'D$ del cubo
- la retta t passante per O e perpendicolare alla faccia $DCC'D'$ del cubo.

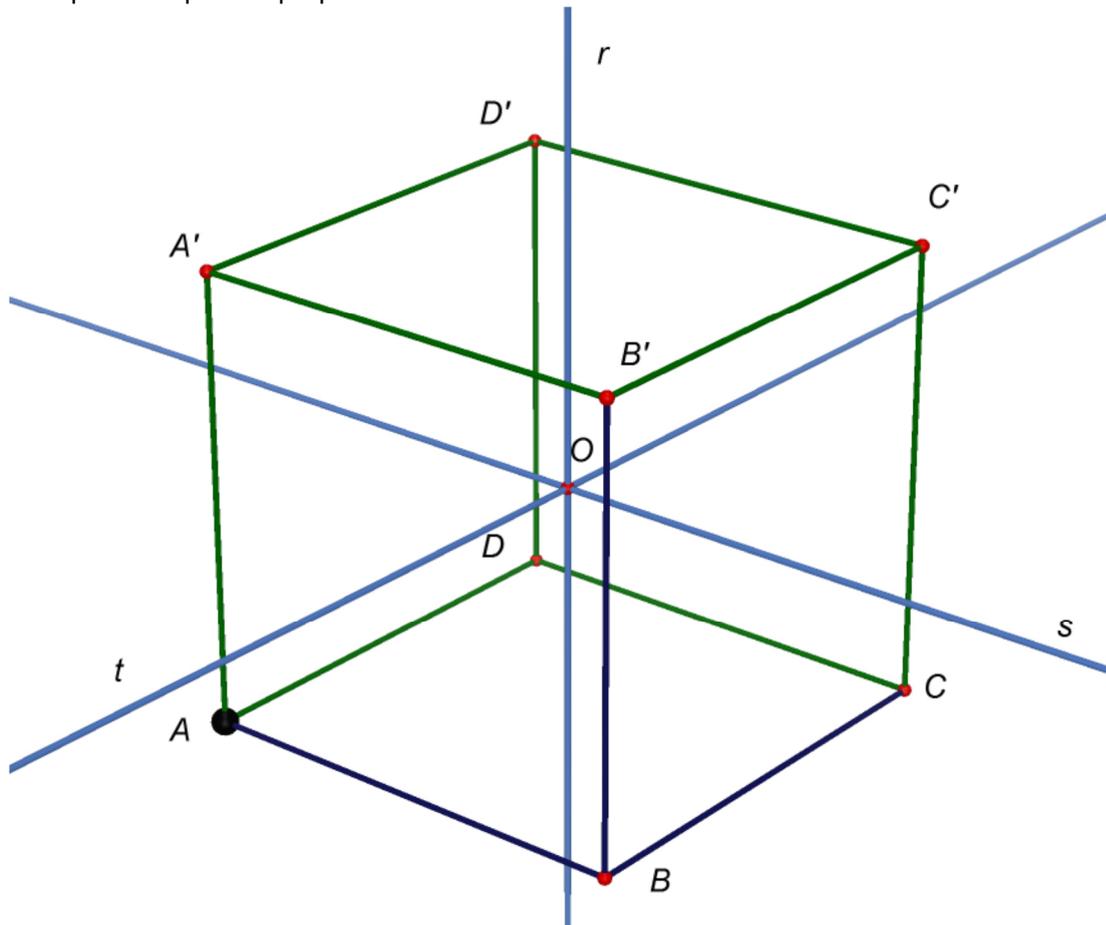


Figura 3. I tre assi di rotazione di periodo 4 del cubo (file: 02_cubo_simmetrie_01.cg3)

Rotazione del cubo intorno a una retta passante per due vertici opposti

Consideriamo la retta r' passante per i vertici opposti A' e C del cubo e la rotazione g intorno ad essa che porta il vertice A del cubo nel vertice B' . La rotazione g porta il cubo in se stesso e quindi è un'altra simmetria del cubo.

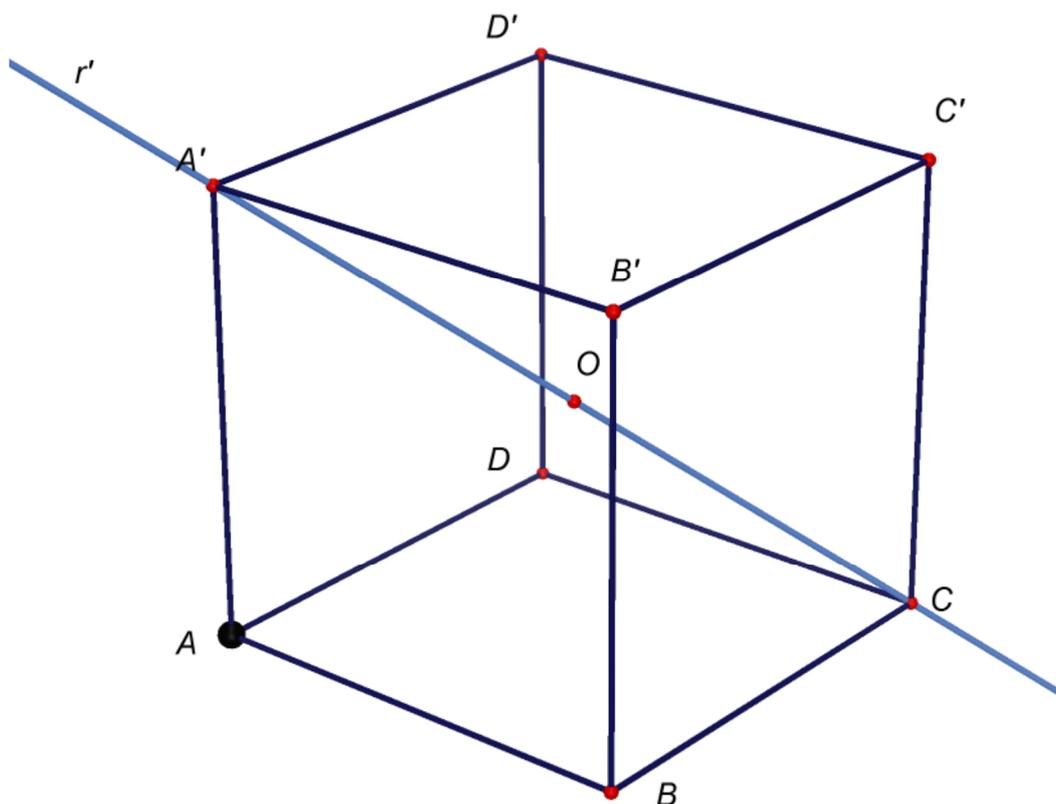


Figura 4. La retta r' è un asse di rotazione del cubo di periodo 3 (file: 02_Cubo-simmetrie_02.cg3).

Abbiamo detto che si ha $g(A)=B'$. Abbiamo poi $g(B')=D'$ e $g(D')=A$. E quindi, applicando tre volte la rotazione g , abbiamo che il punto A torna in se stesso. Per questo la retta r' si dice asse di rotazione di periodo 3.

Vi sono altri tre assi di rotazione del cubo di periodo 3. Sono

- la retta s' passante per i vertici A e C'
- la retta t' passante per i vertici D e B'
- la retta u' passante per i vertici B e D'

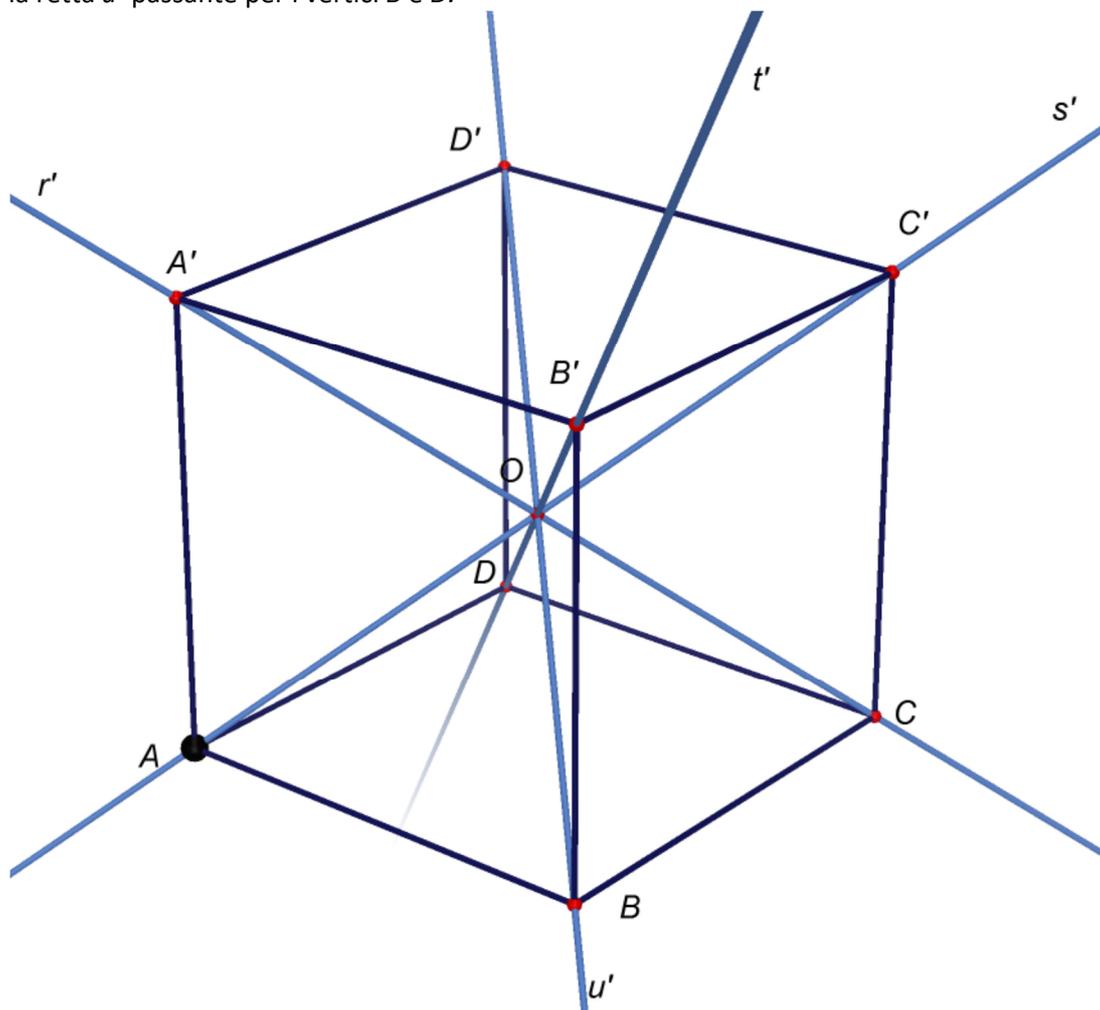


Figura 5. I quattro assi di rotazione di periodo 3 del cubo (file: 02_Cubo-simmetrie_02a.cg3)

Rotazione del cubo intorno a una retta passante per i punti medi di spigoli opposti

Consideriamo la retta r' passante per i punti medi M e M' degli spigoli opposti AA' e CC' del cubo e la rotazione h intorno ad essa che porta il vertice A del cubo nel vertice A' . La rotazione h porta il cubo in se stesso e quindi è un'altra simmetria del cubo.

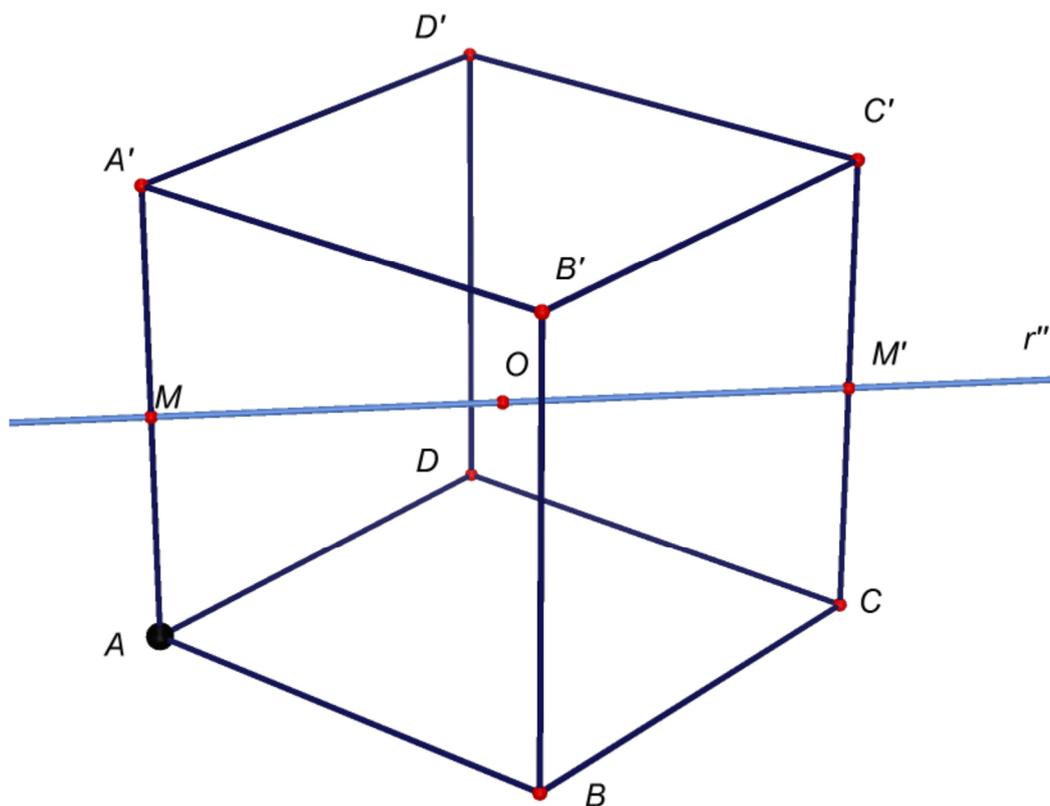


Figura 6. La retta r'' è un asse di rotazione del cubo di periodo 2 (file: 02_Cubo-simmetrie_03.cg3).

Abbiamo detto che si ha $h(A)=A'$. Abbiamo poi $h(A')=A$. E quindi applicando due volte la rotazione h abbiamo che il punto A torna in se stesso. Per questo la retta r' si dice asse di rotazione di periodo 2.

Vi sono altri cinque assi di rotazione del cubo di periodo 2. Uno per ogni coppia di spigoli opposti del cubo.

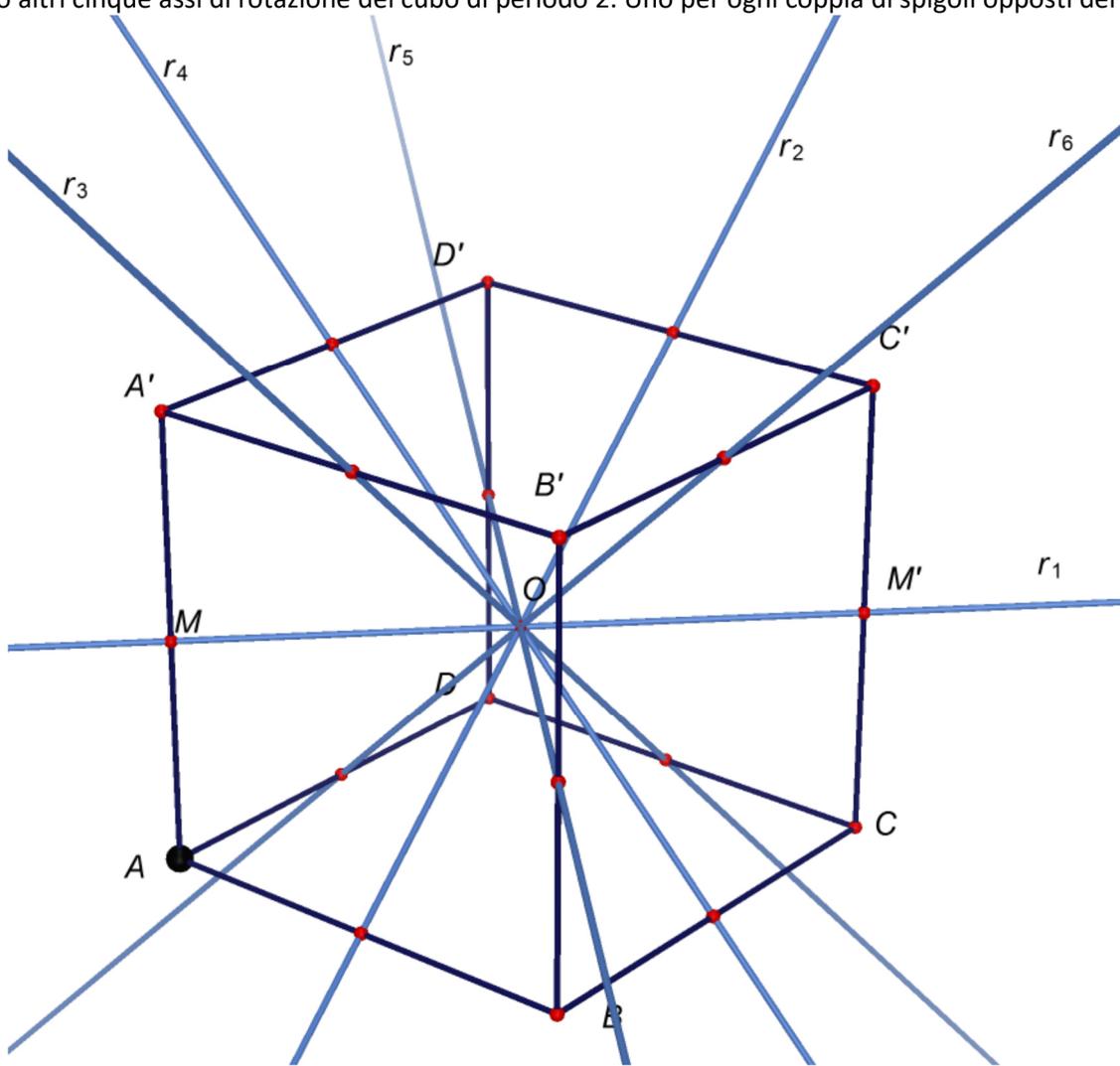


Figura 6. I sei assi di rotazione di periodo 2 del cubo (file: 02_Cubo-simmetrie_03.cg3)