

Dal cubo al cubo tronco (prima costruzione)

Abbiamo costruito un file per mezzo del quale possiamo osservare come, muovendo il punto P da A' a M' , si passa con continuità dal cubo al cubottaedro.

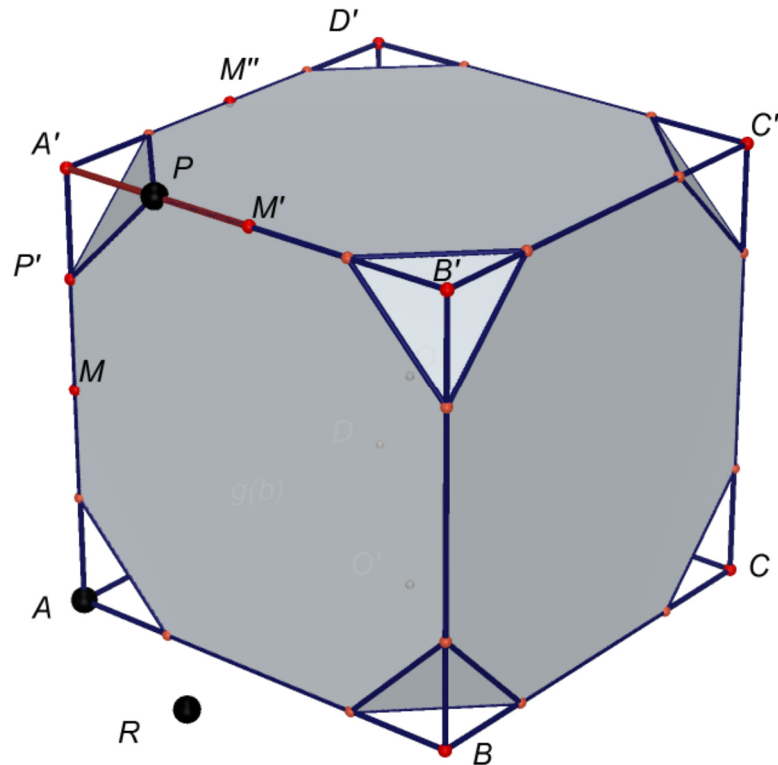


Figura 1. Troncamento dei vertici A, B, C e D del cubo (file: 04_da_cubo_a_cubo_tronc_01.cg3)

Vediamo come varia il poliedro al variare del punto P da A' a M' .

Esso, per ogni punto P interno al segmento $A'M$, è formato da:

- otto triangoli equilateri, uno per ogni vertice del cubo originario
- sei ottagoni, uno per ogni faccia del cubo originario.

Questi sei ottagoni sono tutti uguali.

Concentriamo la nostra attenzione su uno di questi; per esempio quello contenuto nella faccia $ABB'A'$ del cubo originario.

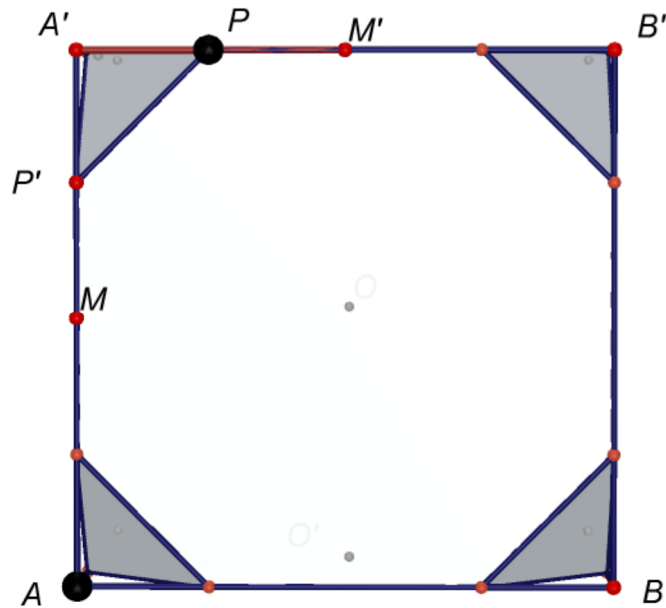


Figura 2. La faccia $ABB'A'$ (file: 04_da_cubo_a_cubo_tronc_02.cg3)

L'ottagono contenuto in questa faccia ha tutti gli angoli uguali (si dimostra facilmente). I lati invece sono di due tipi:

- quattro lati uguali di lunghezza $x = s - 2d$ dove d è la distanza tra P e A' e s è la distanza tra A' e B' , cioè la lunghezza degli spigoli del cubo originario
- quattro lati uguali di lunghezza uguale alla distanza tra P e P' , cioè $\sqrt{2}d$.

Poiché, nel variare P da A' a M' , la lunghezza x varia da s a 0 mentre la lunghezza $\sqrt{2}d$ varia da 0 a $\frac{\sqrt{2}}{2}s$, esiste un punto T del segmento $A'M'$ per il quale le due lunghezze sono uguali.

Quando il punto P coincide con il punto T l'ottagono è regolare e quindi il poliedro corrispondente è un poliedro archimedeo. Esso viene chiamato **cubo troncato**.

Per avere ciò si deve avere $\sqrt{2}d = s - 2d$.

E quindi $(\sqrt{2} + 2)d = s$.

Abbiamo allora $d = \frac{1}{\sqrt{2}+2}s$.

Razionalizzando otteniamo $d = s - \frac{\sqrt{2}}{2}s$.

Vogliamo disegnare con riga e compasso il punto T .

Osserviamo che allora la distanza di P da B' deve essere uguale a $\frac{\sqrt{2}}{2}s$.

Quest'ultima misura è la metà della lunghezza della diagonale di un quadrato di lato s .

E quindi, per ottenere il punto T , disegniamo:

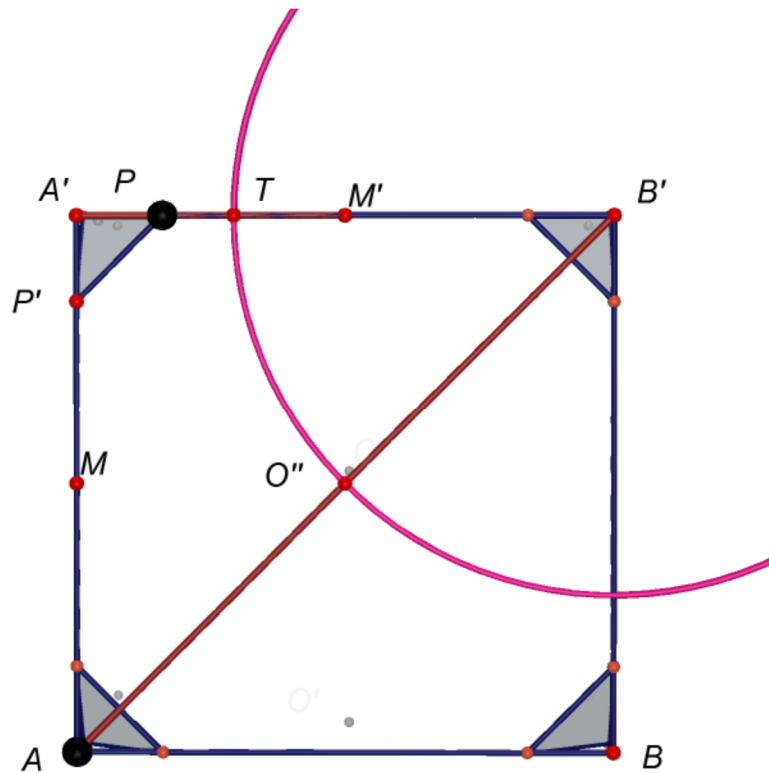


Figura 3. Costruzione con riga e compasso del punto T (file: 04_da_cubo_a_cubo_tronc_03.cg3)

- 1) il segmento AB' , diagonale di un quadrato di lato s
- 2) il punto medio O'' di AB'
- 3) la circonferenza di centro B' e passante per O'' contenuta nel piano contenente la faccia $ABB'A'$ del cubo
- 4) il punto T di intersezione di quest'ultima circonferenza con il segmento $A'M'$.

Vogliamo infine far variare P , invece che sul segmento $A'M'$, sul segmento $A'T$. Per far ciò

- 1) disegniamo il segmento $A'T$
- 2) ridefiniamo il punto P facendolo appartenere al segmento $A'T$.

Facendo variare il punto P da A' a T vediamo come si passa con continuità dal cubo al cubo tronco.

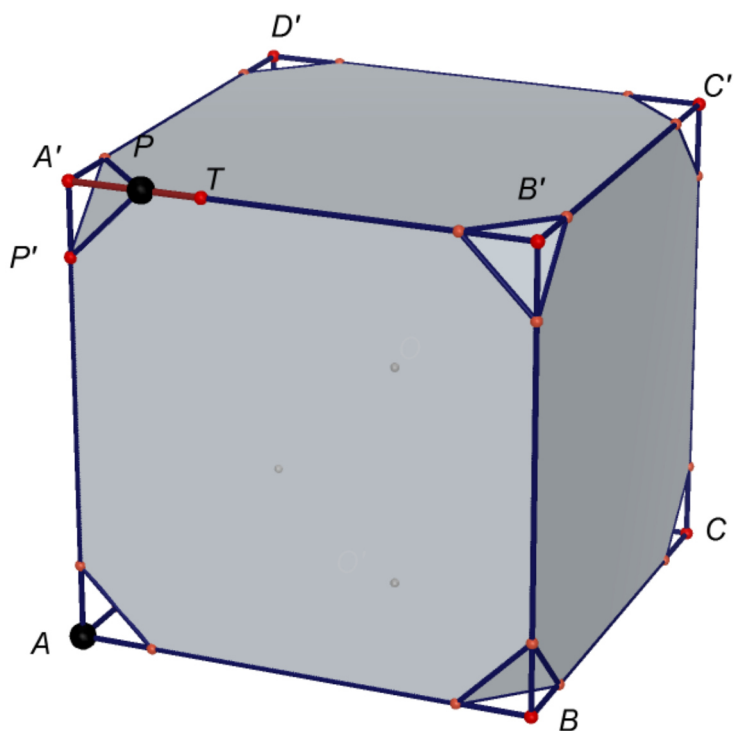


Figura 4. Dal cubo al cubo tronco (file: 04_da_cubo_a_cubo_tronc_04.cg3)