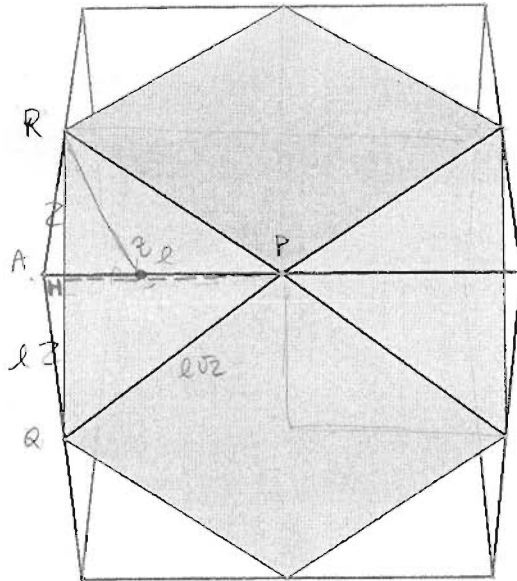


DOMANDA 10

Consideriamo un cubo e gli tronciamo i vertici per mezzo di piani passanti per i punti medi degli spigoli (vedere la figura). Otteniamo un poliedro che viene chiamato *cubottaedro*. Esso ha come facce triangoli equilateri e quadrati.



Quale è il rapporto tra il volume del cubo e il volume del cubottaedro?

Moto che il volume del cubottaedro è uguale al volume del cubo meno quello di otto solidi piramidali (con un triangolo eq. per base).

Calcolo quindi il volume di queste piramidi.

Chiamo l la metà del lato del cubo.

Considero il triangolo $\triangle APQ$, rettangolo in A . Esso per costruzione ha $AP = AQ = l$.

Per il teorema di Pitagora, quindi, $PQ = \sqrt{l^2 + l^2} = l\sqrt{2}$

Considero ora il triangolo PQR , equilatero per costruzione. $\overline{PH} = \frac{PQ}{2}\sqrt{3}$, quindi

$$\overline{PH} = \frac{l\sqrt{6}}{2}$$

L'area di $\triangle PQR$ è quindi $\frac{PQ \cdot PH}{2} = \frac{l\sqrt{2} \cdot \frac{l\sqrt{6}}{2}}{2} = \frac{l^2 \cdot \sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{2}$

Disegno nel tr. eq. PQR il punto Z , ortocentro, baricentro... del triangolo.

Moto che $\overline{RZ} = \frac{2}{3}\overline{PH}$. Pertanto, $\overline{ZH} = \sqrt{\overline{PH}^2 - \overline{RZ}^2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{l\sqrt{6}}{2}\right)^2} =$

$$= \sqrt{l^2 - \frac{6 \cdot l^2}{9}} = \frac{\sqrt{3}l}{3}$$

Il volume della piramide è quindi:

$$= \frac{\sqrt{3}l^3}{12}$$

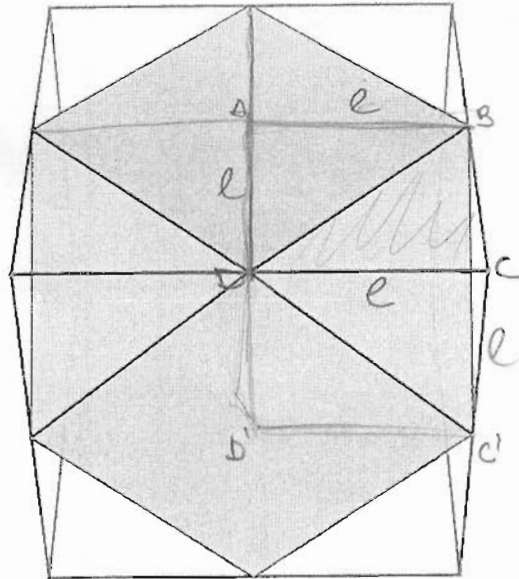
Il rapporto chiesto, pertanto, è

$$\frac{A_{PQR} \cdot \overline{ZH}}{3} = \frac{\frac{l^2 \sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}l}{3}}{3} = \frac{l^3}{6}$$

$$\frac{(2l)^3}{(2l)^3 - 8 \cdot \frac{l^3}{6}} = \frac{8l^3}{8l^3 - 8 \cdot \frac{l^3}{6}} = \frac{1}{\frac{5}{6}} = \frac{6}{5}$$

DOMANDA 10

Consideriamo un cubo e gli tronciamo i vertici per mezzo di piani passanti per i punti medi degli spigoli (vedere la figura). Otteniamo un poliedro che viene chiamato *cubottaedro*. Esso ha come facce triangoli equilateri e quadrati.



Quale è il rapporto tra il volume del cubo e il volume del cubottaedro?

$V_2 = \frac{1}{3}$ SPICCHI
MANCANTI

$$V_1 = l^3$$

$$V_2 = \frac{l^2}{2} \cdot \frac{l}{3} = \frac{l^3}{6}$$

$$V_3 = V_1 - V_2 = \frac{5l^3}{6} =$$

$$\frac{V_1}{V_3} = \frac{6}{5}$$