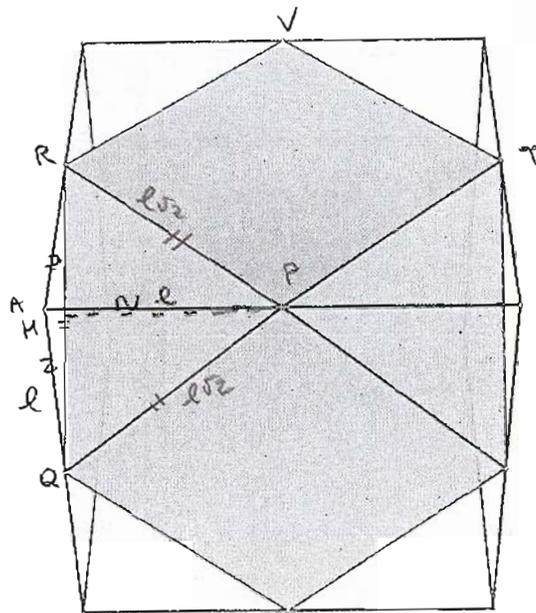


DOMANDA 11

Consideriamo un cubo e gli tronchiamo i vertici per mezzo di piani passanti per i punti medi degli spigoli (vedere la figura). Otteniamo un poliedro che viene chiamato cubottaedro. Esso ha come facce triangoli equilateri e quadrati.



Quale è il rapporto tra la superficie del cubo e la superficie del cubottaedro?

Scubo
Scubottaedro

Considero $\triangle APQ$ rettangolo in \hat{A} . $PQ = l\sqrt{2}$. Considero quindi $\triangle PRA$, equilatero per costruzione.

$$PH = \frac{PQ}{2} \sqrt{3} = \frac{l\sqrt{2}}{2} \sqrt{3} = \frac{l\sqrt{6}}{2}$$

$$A_{\triangle PRA} = \frac{PH \cdot QR}{2} = \frac{\frac{l\sqrt{6}}{2} \cdot l\sqrt{2}}{2} = \frac{l^2 \sqrt{12}}{4} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{2}$$

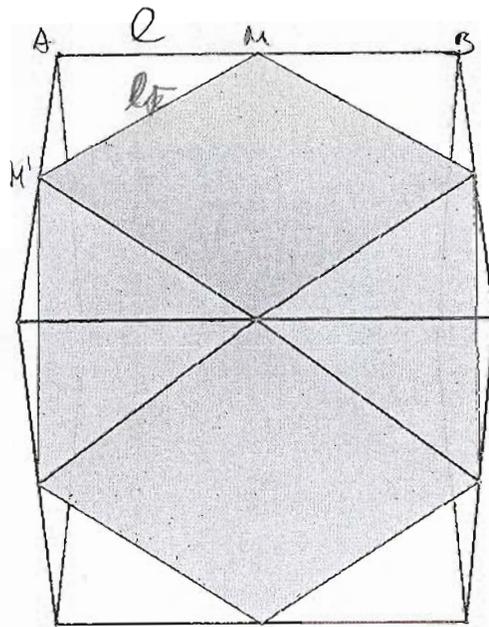
$$A_{PRVT} = PR^2 = (l\sqrt{2})^2 = 2l^2$$

$$S_{\text{cubottaedro}} = 6 A_{\text{quadr}} + 8 A_{\text{tri}} = 12l^2 + 4\sqrt{3}l^2$$

$$\frac{S_{\text{cubo}}}{S_{\text{cubott}}} = \frac{4l^2 \cdot 6}{4(3l^2 + \sqrt{3}l^2)} = \frac{l^2 \cdot 6}{l^2(3 + \sqrt{3})} = \frac{3 - \sqrt{3}}{3 + \sqrt{3}} = \frac{6(3 - \sqrt{3})}{9 - 3} = \boxed{3 - \sqrt{3}}$$

DOMANDA 11

Consideriamo un cubo e gli tronciamo i vertici per mezzo di piani passanti per i punti medi degli spigoli (vedere la figura). Otteniamo un poliedro che viene chiamato cubottaedro. Esso ha come facce triangoli equilateri e quadrati.



Quale è il rapporto tra la superficie del cubo A_1 e la superficie del cubottaedro A_2 ?

$$AM = l \Rightarrow A_1 = (2l)^2 \cdot 6 = 24l^2$$

$$M'H = l\sqrt{2} \Rightarrow A_2 = (l\sqrt{2})^2 \cdot 6 + 8 \frac{l\sqrt{2} \cdot \frac{l\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{3}}{2} = 12l^2 + 4l^2\sqrt{3}$$

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{24l^2}{4l^2(3+\sqrt{3})} = \frac{6}{3+\sqrt{3}} \cdot \frac{3-\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot (3-\sqrt{3})}{9-3} = 3-\sqrt{3}$$