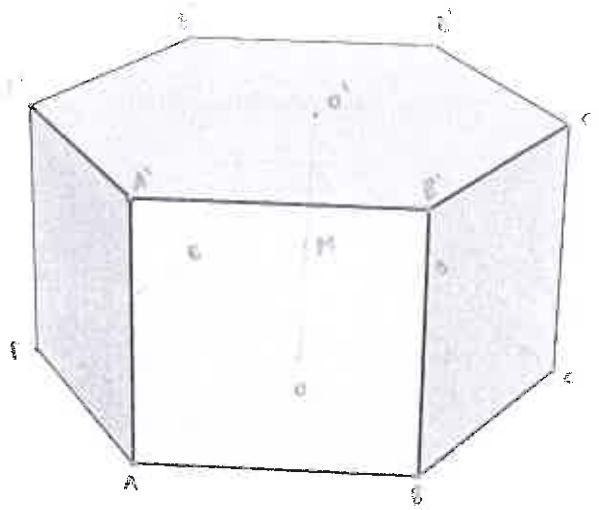


DOMANDA 29



Un prisma, avente come base un esagono regolare e come lati quadrati, è inscrivibile in una sfera?

Se sì, quale è il suo centro, quanto misura il raggio?

La tesi equivale a dimostrare che esiste un punto equidistante dai 12 vertici: infatti, per 4 punti non complanari passa una e una sola sfera.

Determiniamo tale punto.

Sappiamo che l'unico punto del piano passante per i vertici A, B, C, D, E, F ed equidistante da essi (con ~~qualsiasi~~ distanza uguale al lato dell'esagono) è il centro dell'esagono O .

Analogamente, O' è equidistante da A', B', C', D', E', F' .

Consideriamo ora un punto P sull'altezza del prisma. Sia d la sua distanza da un generico vertice $V \in ABDEF$ e d' la sua distanza da un generico vertice $V' \in A'B'C'D'E'F'$.

Si ha $d = \sqrt{e^2 + OP^2}$ e $d' = \sqrt{e^2 + O'P^2}$; pertanto si ha $d = d'$ per $OP = O'P$ e poiché $OP + O'P = OO'$ il punto P cercato (ossia il centro della sfera) coincide col punto medio dell'altezza OO' .

Pertanto, si ha che la sfera che ha centro in P e passa per uno qualsiasi dei vertici del prisma passa anche per tutti gli altri: dunque il prisma risulta inscrivibile in una sfera.

Per calcolare il raggio, ossia la distanza $d = d'$, si tenga conto che l'altezza è pari al lato e dell'esagono, quindi $r = \sqrt{e^2 + \frac{e^2}{2}} = \sqrt{\frac{5e^2}{2}} = \frac{\sqrt{5}e}{2}$.